

數字系統轉換

- 數字系統
- 數字轉換規則
- 二進位與十進位的轉換
- 八進位與十進位的轉換
- 十六進位與十進位的轉換
- 八進位與二進位的轉換
- 十六進位與二進位的轉換
- 十六進位與八進位的轉換

一、數字系統

- 二進位(Binary ; bin)→0,1
- 八進位(Octal ; oct)→0,1,2,3,4,5,6,7
- 十進位(Decimal ; dec)→0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
- 十六進位(Hexadecimal ; hex)→0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F
- 表示方式
 - 二進位→(1111)₂
 - 八進位→(567)₈
 - 十六進位→(2EF)₁₆

二、數字轉換規則

- 十進位轉換為其他進位時
 - 整數部分→除
 - 小數部分→乘
- 其他進位轉為十進位時
 - 整數部分→乘
 - 小數部分→乘

三、二進位與十進位的轉換

- 十進位→二進位

範例

$$(12)_{10} = (1100)_2$$

結果	$ \begin{array}{r} 2 \overline{) 12} \quad \leftarrow \text{被除數} \\ \underline{2} \\ 2 \overline{) 6} \quad \dots\dots 0 \leftarrow \text{餘數} \\ \underline{2} \\ 2 \overline{) 3} \quad \dots\dots 0 \leftarrow \text{餘數} \\ \underline{2} \\ 2 \overline{) 1} \quad \dots\dots 1 \leftarrow \text{餘數} \\ \underline{0} \\ 0 \quad \dots\dots 1 \leftarrow \text{餘數} \end{array} $ <p style="text-align: center;">由下往上取為$(1100)_2$</p>
-----------	--

範例	$(15.625)_{10} = (1111.101)_2$
-----------	--------------------------------


結果	<p style="text-align: center;">整數部分</p> $ \begin{array}{r} 2 \overline{) 15} \quad \leftarrow \text{被除數} \\ \underline{2} \\ 2 \overline{) 7} \quad \dots\dots 1 \leftarrow \text{餘數} \\ \underline{2} \\ 2 \overline{) 3} \quad \dots\dots 1 \leftarrow \text{餘數} \\ \underline{2} \\ 2 \overline{) 1} \quad \dots\dots 1 \leftarrow \text{餘數} \\ \underline{0} \\ 0 \quad \dots\dots 1 \leftarrow \text{餘數} \end{array} $ <p style="text-align: center;">由下往上取為$(1111)_2$</p> <p>小數部分</p> <table style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="text-align: right;">0.625</td> <td>每次取出整數部分，接著判斷小數部分是否為0，若不是0，繼續再乘</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">* 2</td> <td>(剛才取出的整數部份不再列入下次計算)，</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: right;">1.250</td> <td>一直乘到小數為0為止。</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">* 2</td> <td>$\cdot (0.625)_{10} \rightarrow (0.101)_2$</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: right;">0.500</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">* 2</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: right;">1.000</td> <td></td> </tr> </table>	0.625	每次取出整數部分，接著判斷小數部分是否為0，若不是0，繼續再乘	* 2	(剛才取出的整數部份不再列入下次計算)，	1.250	一直乘到小數為0為止。	* 2	$\cdot (0.625)_{10} \rightarrow (0.101)_2$	0.500		* 2		1.000	
0.625	每次取出整數部分，接著判斷小數部分是否為0，若不是0，繼續再乘														
* 2	(剛才取出的整數部份不再列入下次計算)，														
1.250	一直乘到小數為0為止。														
* 2	$\cdot (0.625)_{10} \rightarrow (0.101)_2$														
0.500															
* 2															
1.000															

- 二進位→十進位

範例	$(101)_2 = (5)_{10}$
-----------	----------------------





結果	<p>指數 $\rightarrow 2^2 \quad 2^1 \quad 2^0$</p> $(1 \ 0 \ 1)_2$ $= 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = (5)_{10}$
-----------	---

範例	$(1101.101)_2 = (13.625)_{10}$
-----------	--------------------------------





	<p>指數 $\rightarrow 2^3 \ 2^2 \ 2^1 \ 2^0 \cdot 2^{-1} \ 2^{-2} \ 2^{-3}$ $(1 \ 1 \ 0 \ 1 \cdot 1 \ 0 \ 1)_2$</p> $= 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3}$ $= (13.625)_{10}$
---	--

四、八進位與十進位的轉換

- 十進位 \rightarrow 八進位

	$(395)_{10} = (613)_8$
	$\begin{array}{r} 8 \overline{) 395} \quad \leftarrow \text{被除數} \\ 8 \overline{) 49} \quad \dots\dots 3 \quad \leftarrow \text{餘數} \\ 8 \overline{) 6} \quad \dots\dots 1 \quad \leftarrow \text{餘數} \\ 0 \quad \dots\dots 6 \quad \leftarrow \text{餘數} \end{array}$ <p>由下往上取為 $(613)_8$</p>
	$(17.25)_{10} = (21.2)_8$
	<p>整數部分</p> $\begin{array}{r} 8 \overline{) 17} \quad \leftarrow \text{被除數} \\ 8 \overline{) 2} \quad \dots\dots 1 \quad \leftarrow \text{餘數} \\ 0 \quad \dots\dots 2 \quad \leftarrow \text{餘數} \end{array}$ <p>由下往上取為 $(21)_8$</p> <p>小數部分</p> $\begin{array}{r} 0.25 \\ * \quad 8 \\ \hline 2.00 \end{array} \rightarrow$ <p>每次取出整數部分，接著判斷小數部分是否為0，若不是0，繼續再乘（剛才取出的整數部份不再列入下次計算），一直乘到小數為0為止。$(0.25)_{10} \rightarrow (0.2)_8$</p>




- 八進位 \rightarrow 十進位


	$(26)_8 = (22)_{10}$
	<p>指數 $\rightarrow 8^1 \ 8^0$ $(2 \ 6)_8$</p> $= 2 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 = (22)_{10}$
	$(162.4)_8 = (114.5)_{10}$
	<p>指數 $\rightarrow 8^2 \ 8^1 \ 8^0 \ 8^{-1}$ $(1 \ 6 \ 2 \ . \ 4)_8$</p> $= 1 \cdot 8^2 + 6 \cdot 8^1 + 2 \cdot 8^0 + 4 \cdot 8^{-1} = (114.5)_{10}$

五、十六進位與十進位的轉換





十六進位由 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 與 10 \rightarrow A, 11 \rightarrow B, 12 \rightarrow C, 13 \rightarrow D, 14 \rightarrow E, 15 \rightarrow F 所組成

- 十進位 \rightarrow 十六進位

	$(2748)_{10} = (ABC)_{16}$
	$ \begin{array}{r} 16 \overline{) 2748} \quad \leftarrow \text{被除數} \\ \underline{16} \\ 16 \overline{) 171} \quad 12 \leftarrow C \quad \text{餘數} \\ \underline{16} \\ 16 \overline{) 10} \quad 11 \leftarrow B \quad \text{餘數} \\ \underline{16} \\ 0 \quad 10 \leftarrow A \quad \text{餘數} \end{array} $ <p>由下往上取為$(ABC)_{16}$</p>
	$(799.375)_{10} = (31F.6)_{16}$

 結果	整數部分
	$ \begin{array}{r} 16 \overline{) 799} \quad \leftarrow \text{被除數} \\ \underline{16 \quad 49} \quad \leftarrow F \quad \text{餘數} \\ 16 \overline{) 3} \quad \leftarrow 1 \quad \text{餘數} \\ \underline{\quad 0} \quad \leftarrow 3 \quad \text{餘數} \\ \text{由下往上取為}(31F)_{16} \end{array} $
	小數部分
	$ \begin{array}{r} 0.375 \\ * 16 \\ \hline 2250 \rightarrow \\ 375 \\ \hline 6.000 \end{array} $ <p>每次取出整數部分，接著判斷小數部分是否為0，若不是0，繼續再乘（剛才取出的整數部份不再列入下次計算），一直乘到小數為0為止。 $(0.375)_{10} \rightarrow (0.6)_{16}$</p>


- 十六進位→十進位


 範例	$(4EB)_{16} = (1259)_{10}$
 結果	$(4EB)_{16} = 4 \cdot 16^2 + 14 \cdot 16^1 + 11 \cdot 16^0 = (1259)_{10}$
 範例	$(B2.5)_{16} = (178.03125)_{10}$
 結果	$(B2.5)_{16} = 11 \cdot 16^1 + 2 \cdot 16^0 + 5 \cdot 16^{-1} = (178.03125)_{10}$

六、八進位與二進位的轉換

- 八進位→二進位



8 是 2 的 3 次方，八進位可以 3 個二進位來表示

 範例	$(76.21)_8 = (111110.010001)_2$
---	---------------------------------

 結果	$(76.21)_8 = (\underline{111} \ \underline{110} \ . \ \underline{010} \ \underline{001})_2$ $(76.21)_8$
---	--

- 二進位→八進位



以小數點為基準，在整數部分，由右向左每 3 個為一組，不足 3 個則補 0。小數部分，由左向右每 3 個為一組，不足 3 個則補 0。

 範例	$(101001110.01)_2 = (516.2)_8$
 結果	$(\underline{101} \ \underline{001} \ \underline{110} \ . \ \underline{010})_2$ $= (516.2)_8$

七、十六進位與二進位的轉換


- 十六進位→二進位


將每一個十六進位數字都轉成二進位數字。

 範例	$(5BD1.B)_{16} = (101101111010001.1011)_2$
 結果	$(5BD1.B)_{16} = (\underline{0101} \ \underline{1011} \ \underline{1101} \ \underline{0001} \ . \ \underline{1011})_2$ $= (5B D 1 . B)_{16}$

- 二進位→十六進位



以小數點為基準，分向左右兩邊每 4 位取一組，不足 4 位則補 0。

 範例	$(111010011.101)_2 = (1D3.A)_{16}$
---	------------------------------------



 結果	$(\underline{0001\ 1101\ 0011} . \underline{1010})_2$ $= (1D3 . A)_{16}$
---	--

八、十六進位與八進位的轉換

- 十六進位→八進位

 範例	$(C9.A)_{16} = (311.5)_8$
 結果	<p>A. 以 4 個為一組，先轉為二進位。</p> $(C9.A)_{16} = (1100\ 1001 . 1010)_2$ <p>B. 接著將二進位轉為八進位。</p> $(1100\ 1001 . 1010)_2 = (\underline{011\ 001\ 001} . \underline{101})_2$ $= (3\ 1\ 1 . 5)_8$

- 八進位→十六進位

 範例	$(36.65)_8 = (1E.D4)_{16}$
 結果	<p>A. 先將八進位轉為二進位</p> $(36.65)_8 = (\underline{011\ 110} . \underline{110\ 101})_2 = (11110.110101)_2$ <p>B. 接著將二進位轉為十六進位</p> $(11110.110101)_2$ $= (\underline{0001\ 1110} . \underline{1101\ 0100})_2$ $= (1E . D4)_{16}$