

臺北市立成功高中 106 學年度第一學期高三第二次期中考自然組數學試題

一、填充題：(共 90 分。每格全對可得 6 分，其餘得 0 分)

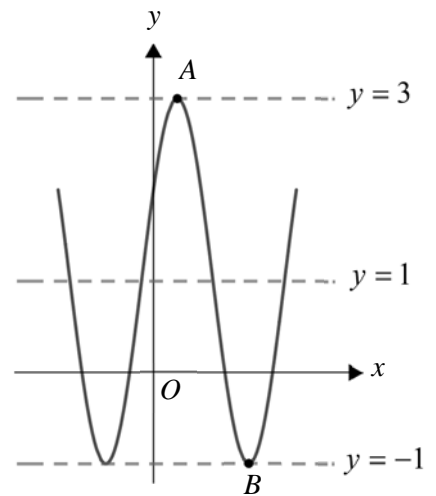
1. 試求 $\left| \frac{(\sqrt{3}-i)^4(6+2i)^3}{(-2-i)^2} \right| = \underline{\text{(A)}}$ 。(答案請化為最簡根式)

2. 試求 $\frac{(\cos 10^\circ + i \sin 10^\circ)^5 (\cos 25^\circ - i \sin 25^\circ)^4}{\sin 5^\circ + i \cos 5^\circ} = \underline{\text{(B)}}$ 。(答案請寫成複數的標準式 $a+bi$ ， $a、b$ 為實數，以 $\sin \theta、\cos \theta$ 作答者不予計分)

3. 若 $a = \sin 1、b = \sin 2、c = \sin 3、d = \sin 4$ ，則 $a、b、c、d$ 四數的大小關係為 $\underline{\text{(C)}}$ 。(請將四數由大到小依序排列，全對才給分)

4. 若 n 為正整數，且 $\left(\frac{-1+i}{-1-\sqrt{3}i} \right)^n$ 為正實數，則 n 的最小值為 $\underline{\text{(D)}}$ 。

5. 若函數 $y = f(x) = a \sin(bx+c) + d$ 的部分圖形如右，其中， $a > 0、b > 0、0 \leq c \leq \pi$ ， $A(\frac{\pi}{12}, 3)、B(\frac{\pi}{3}, -1)$ ，則數對 $(a, b, c, d) = \underline{\text{(E)}}$ 。(全對才給分)



6. 設 θ 為實數，若方程式 $x^2 + (\tan \theta + \cot \theta)x - 1 = 0$ 有一根為 $2 + \sqrt{3}$ ，則 $\sin 2\theta = \underline{\text{(F)}}$ 。

7. 設函數 $f(x) = 3 \sin x + 4 \cos x$ ， $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ，若當 $x = \theta$ 時， $f(x)$ 有最大值 M ，則

(1) 數對 $(\cos \theta, \sin \theta) = \underline{\text{(G)}}$ 。(全對才給分) (2) $M = \underline{\text{(H)}}$ 。

8. 方程式 $x - 8 \cos x = 0$ 有 $\underline{\text{(I)}}$ 個實根。

9. 函數 $f(x) = 2 \sin x \cos x - \sin x - \cos x$ 在 $0 \leq x < 2\pi$ 的範圍內有最大值為 $\underline{\text{(J)}}$ 。

10. 平面上，已知 $A(4,0)$ 、 $B(0,2)$ 為橢圓 $\Gamma: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的兩頂點，若 P 為橢圓 Γ 上一點，則當 P 點坐標為 (K) 時， $\triangle ABP$ 的面積有最大值。

11. 將 $-512i$ 的 6 個六次方根描繪在複數平面上得到 6 個點，則

(1) 此 6 個點所形成的六邊形面積為 (L)。

(2) 若複數 Z 滿足 $Z^6 = -512i$ 且 Z 的主幅角 $\text{Arg}(Z)$ 滿足 $\pi < \text{Arg}(Z) < \frac{3\pi}{2}$ ，則 $Z =$ (M)。

(答案請寫成複數的標準式 $a+bi$ ， a 、 b 為實數，以 $\sin\theta$ 、 $\cos\theta$ 作答者不予計分)

12. 複數平面上兩點 Z_1 、 Z_2 ，若 $|Z_1| = \sqrt{6}$ 且 $\frac{Z_2}{Z_1} = -1 + \sqrt{3}i$ ，則 $|Z_1 - Z_2| =$ (N)。

13. 令 $\omega = \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}$ ，試求 $\sum_{n=1}^{11} \frac{1}{\omega^n} =$ (O)。(答案請寫成複數的標準式 $a+bi$ ， a 、 b 為實數，以 $\sin\theta$ 、 $\cos\theta$ 作答者不予計分)

二、證明題：(共 10 分)

試證明： $\frac{\cos\theta}{1+\sin\theta} + \frac{1+\sin\theta}{\cos\theta} = 2\sec\theta$ 。

臺北市立成功高中 106 學年度第一學期高三第二次期中考自然組數學答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、填充題：(共 90 分。每格全對可得 6 分，其餘得 0 分)

(A)	(B)	(C)	(D)
(E)	(F)	(G)	(H)
(I)	(J)	(K)	(L)
(M)	(N)	(O)	

二、證明題：(共 10 分)

試證明：
$$\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} + \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} = 2 \sec \theta。$$

臺北市立成功高中 106 學年度第一學期高三第二次期中考自然組數學答案

一、填充題：(共 90 分。每格全對可得 6 分，其餘得 0 分)

(A)	(B)	(C)	(D)
$256\sqrt{10}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$	$b > a > c > d$	24
(E)	(F)	(G)	(H)
$(2, 4, \frac{\pi}{6}, 1)$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$(\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$	5
(I)	(J)	(K)	(L)
5	$1 + \sqrt{2}$	$(-2\sqrt{2}, -\sqrt{2})$	$12\sqrt{3}$
(M)	(N)	(O)	
$-2 - 2i$	$\sqrt{42}$	$-(1 + \sqrt{2})i$	

二、證明題：(共 10 分)

試證明： $\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} + \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} = 2 \sec \theta$ 。

證明： $\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} + \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\cos^2 \theta + (1 + \sin \theta)^2}{(1 + \sin \theta) \cdot \cos \theta}$ (2 分)

$$= \frac{\cos^2 \theta + 1 + 2 \sin \theta + \sin^2 \theta}{(1 + \sin \theta) \cdot \cos \theta} \quad (2 \text{ 分})$$

$$= \frac{2(1 + \sin \theta)}{(1 + \sin \theta) \cdot \cos \theta} \quad (3 \text{ 分})$$

$$= \frac{2}{\cos \theta} \quad (1 \text{ 分})$$

$$= 2 \sec \theta \quad (2 \text{ 分}) \quad \text{得證}$$

(以上配分僅供參考，請任課老師自行斟酌如何給予部分分數)