

臺北市立成功高中 106 學年度第一學期高三第一次期中考自然組數學試題

一、多重選擇題：(共 10 分。每題全對可得 5 分，只錯一個選項可得 3 分，只錯二個選項可得 1 分，其餘得 0 分)

1. 阿宏就讀的學校有 2000 位學生，第一次期中考的數學成績呈常態分布，平均成績 60 分，標準差 10 分，則
 - (1) 第一次期中考數學成績及格的學生約有 1000 人
 - (2) 第一次期中考數學成績超過 90 分的學生約有 3 人
 - (3) 若阿宏第一次期中考數學成績 80 分，則他在全校的排名大約是第 51 名
 - (4) 第一次期中考數學成績在 70 分到 80 分的學生約有 135 人
 - (5) 第一次期中考數學成績在 40 分到 70 分的學生約有 1630 人
2. 某次針對臺灣地區詐騙電話的抽樣調查中發現：「有 95% 的信心認為有 52% 到 60% 的人曾經接過詐騙電話。」根據前述資訊，下列選項哪些是正確的？
 - (1) 在 95% 信心水準下，此次調查的信賴區間為 $[0.52, 0.60]$
 - (2) 此次調查的抽樣誤差為 8 個百分點
 - (3) 全臺灣有 56% 的人曾經接過詐騙電話
 - (4) 此次調查約抽樣 616 人
 - (5) 此次調查中曾經接過詐騙電話的約有 345 人

二、填充題：(共 90 分。每格全對可得 6 分，其餘得 0 分)

1. 已知盒子內裝了 8 個產品，其中含有 3 個不良品。今每次自盒子內取出一個逐一檢查，取後不放回。則在第 4 次時發現第二個不良品的機率為 (A)。
2. 投擲一個公正的骰子 n 次，令 P_n 表示這 n 次中至少有一種點數曾連續出現兩次或連續兩次以上的機率，則使得 $P_n > 0.99$ 的最小自然數 n 為 (B)。
3. 袋中有 4 枚硬幣，其中有 1 元硬幣 2 枚，5 元和 10 元硬幣各 1 枚。假設每個硬幣被抽中的機率均相同。今任取二枚，求
 - (1) 得款的期望值為 (C) 元。
 - (2) 得款的標準差為 (D) 元。
4. 阿宏投保某保險公司的旅遊意外平安險，保險額度為 300 萬元，保險費為 150 元。依過去經驗，在旅遊途中發生意外的機率為 0.000017，若不計其他營運成本，則該保險公司獲利的期望值為 (E) 元。

5. 某公司發售編號 0000 到 9999 的彩券共10000張。若頭獎彩券編號為 1234，獎金10000元；彩券編號末三位是 234 為二獎，獎金1000元；彩券編號末兩位是 34 為三獎，獎金100元；彩券編號最末位是 4 為四獎，獎金10元，且每張中獎的彩券僅能換取較高金額的獎項(例如號碼 3334 視同中三獎)。已知購買一張彩券需付20元，則當你購買一張此種彩券時，你預期會損失 (F) 元。

6. 小莉和阿宏兩人比賽，兩人事先約定先贏 3 局者勝，敗者付給勝者 8100 元。已知每一局小莉獲勝的機率為 $\frac{2}{3}$ ，沒有和局。若在進行完 2 局且 2 局都是小莉贏時，發生緊急事件導致比賽必須中止，依期望值的概念，阿宏應付給小莉 (G) 元才合理。

7. 已知隨機變數 X 滿足 $E(2X + 1) = 11$ ， $E((X + 4)^2) = 96$ ，試求：

(1) $E(X) = \underline{(H)}$ 。 (2) $Var(X) = \underline{(I)}$ 。

8. 某民調公司對於 1000 個顧客所做的市場調查中得知，對於某商品的滿意人數統計如下表：

	滿意	不滿意
男性	656	144
女性	a	b

若對於該商品的滿意度與顧客的性別為獨立事件，則數對 $(a, b) = \underline{(J)}$ 。

9. 投擲三個均勻硬幣 100 次，假設每次投擲皆互相獨立，令 X 為三個硬幣皆同面的次數，則：(1) X 的期望值為 (K)。 (2) X^2 的期望值為 (L)。

10. 為了想瞭解臺灣公民對某項議題支持的程度，我們以性別為區分作抽樣調查，結果如下所示：

	女性公民	男性公民
贊成此議題的比例 \hat{p}	0.5	0.6
\hat{p} 的標準差 $\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$	0.025	0.02

如果不區分性別，那麼此次抽樣贊成此議題的比例 \hat{p} 為 (M)。

11. 某選舉候選人想在投開票前預估自己的得票率 \hat{p} ，並且希望在 95% 信心水準下的信賴區間之抽樣誤差不超過 4 個百分點，則此候選人至少需要成功訪問的樣本數為 (N) 人。

12. 試求 $\sum_{k=0}^{10} k \cdot C_k^{10} \left(\frac{3}{7}\right)^k \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^{10-k} = \underline{(O)}$ 。

臺北市立成功高中 106 學年度第一學期高三第一次期中考自然組數學答案

一、多重選擇題：(共 10 分。每題全對可得 5 分，只錯一個選項可得 3 分，只錯二個選項可得 1 分，其餘得 0 分)

1.	2.
(1)(2)(3)(5)	(1)(4)(5)

二、填充題：(共 90 分。每格全對可得 6 分，其餘得 0 分)

(A)	(B)	(C)	(D)
$\frac{3}{14}$	27	$\frac{17}{2}$	$\frac{\sqrt{73}}{2}$
(E)	(F)	(G)	(H)
99	16.3	7500	5
(I)	(J)	(K)	(L)
15	(164,36)	25	$\frac{2575}{4}$
(M)	(N)	(O)	
0.56	625	$\frac{30}{7}$	