

臺北市立成功高中 106 學年度 第一學期 第一次期中考 高一數學科(請將答案填寫於答案卷上)

班級_____座號_____姓名_____

某天，成功情報組織成員的小新、小順、小珍、小軒、小豪、小蕎、小生、小雯，一行人來到了成功園地，頂尖的特務們將面臨更危及的挑戰，也就是必須通過層層關卡才得以拯救成功園地的人質們。

一、單選題：每題 5 分，共 5 分。

就是那水柱般的弧線，看到了嗎？這個弧線之中隱藏了許多的玄機，讓我們繼續看下去。

1. 若點 (a,b) 在 $y=2x^2$ 的圖形上，則下列哪一點必在 $y=2x^2+16x+29$ 的圖形上？

- (A) (a,b) (B) $(a,-b)$ (C) $(a+4,b+4)$ (D) $(a-4,b-3)$ (E) $(a+4,b-3)$ 。

二、多選題：每題 5 分，共 15 分。(答錯一個選項得 3 分，答錯兩個選項得 1 分，其餘不給分)

2. 此時，又發現了另一個彼端有個圖形：若二次函數 $y=ax^2+bx+c$ ，其中已知 $a<0$ ， $a,b,c \in R$ 並且通過 $A(1,0), B(3,0)$ ，

選出下列各數何者為正？

- (A) b (B) c (C) b^2-4ac (D) $4a+2b+c$ (E) $a-b+c$ 。

接下來邪惡勢力蓋上陷阱卡，以下面的姿態現身。

3. 若 a,b 均為有理數 $a \cdot b \neq 0$ ， x,y 均為無理數，則下列何者為真？

- (A) $a+b+x$ 為無理數 (B) $x \cdot y$ 為無理數 (C) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b}$ 為無理數

- (D) 若 $a+x=b+y$ ，則 $a=b$ 且 $x=y$ (E) $a+b\sqrt{2}$ 必為無理數。

4. 設 $0 \leq x \leq 3$ ， $f(x)=(2+2x-x^2)^2-2(2+2x-x^2)+3$ ，當 $x=\alpha$ 時 $f(x)$ 有最大值 M ；當 $x=\beta$ 時 $f(x)$ 有最小值 m ，則下列何者正確？

- (A) $\alpha=0$ (B) 在 x 為實數下，當最大值發生時， α 必為 3 (C) β 為無理數 (D) $M=6$ (E) $m=2$ 。

三、填充題：每題 5 分，共 70 分。需將解完全求出才給分。

通過了前段的層層關卡，來到了成功園地的核心，23 個組織，也面臨了以下的問題。

5. (1) 設 $f(x)=5(x+1)^2+4(x+2)^2+3(x+3)^2+2(x+4)^2+1(x+5)^2$ ，當 $x=$ _____時， $f(x)$ 有最小值。

(2) 設 $g(x)=5|x+1|+4|x+2|+3|x+3|+2|x+4|+1|x+5|$ ，當 $x=$ _____時， $g(x)$ 有最小值。

6. 若 $-2 \leq x \leq 3, -3 \leq y \leq 4$ ，且 $xy - x + 2y + 3$ 之最大值 M 與最小值 m ，則數對 (M, m) 為_____。

7. 若 $x, y \in Z$ ，又 $3|x-2| + 4x^2 - 4xy + y^2 = 1$ ，則數對 (x, y) 為_____。

8. 化簡下列根式：(1) $\sqrt{2-\sqrt{3}} =$ _____。(2) $\frac{1}{\sqrt[3]{16-\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{4}}} =$ _____。

9. 若正數 a 的小數部分為 b ，且 $b \neq 0$ ， $a+b^2=14$ ，則 a 之值為_____。

10. 設對任何實數 x ，滿足 a 可使不等式 $(a+3)x^2 + 2(a+3)x + 4 > 0$ ，恆成立之整數解有_____個。

11. 若 $y = f(x)$ 為線性函數，又 $f(1)=3, f(2)=-2$ ，則 $f(1)+f(2)+\cdots+f(20)$ 之值為_____。

12. 設 $x = \sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$ ，則 $x^3 + 3x + 1 =$ _____。

13. 若 x 為實數，且 $|ax+1| \leq b$ 之解為 $-1 \leq x \leq 5$ ，則數對 $(a, b) =$ _____。

14. 設 a 為實數，若 $y = ax^2 + 3x + (2-a)$ 通過四個象限，則 a 的範圍為_____。

15. 設 $x > -1$ ，則 $x + 3 + \frac{4}{x+1}$ 的最小值為_____。

16. 在座標平面上有 $A(-3, -5), B(5, 7)$ 兩觀測站，同時觀察在 \overline{AB} 上的一個目標點 $P(a, b)$ ，測得 $7\overline{PB} = 5\overline{AP}$ ，求 $a+b$ 之值為_____。

四、計算證明題：每題 10 分，共 10 分。(請寫下計算過程，無計算過程者不給分)

終於來到了最後一個魔王關卡，必須使用的工具有藍筆或者黑筆，一筆一劃的寫出每個步驟與說明，一旦完成之後，即將得到愛國家求進步之獎勵。

17. 已知不等式 $4|x-2| - 3|x+1| \leq 2x+7$ ，求滿足此不等式之 x 範圍。

臺北市立成功高中 106 學年度 第一學期第一次期中考 高一數學科(解答卷)

班級_____座號_____姓名_____

一、單選題：每題 5 分，共 5 分

1
D(演習 P25 例題 9)

二、多選題：每題 5 分，共 15 分。(答錯一個選項得 3 分，答錯兩個選項得 1 分，其餘不給分)

2	3	4
ACD(演習 P25 例題 9)	AE(演習 P27 12)	CDE(演習 P7 8-9)

三、填充題：每格 5 分，共 70 分。需將解完全求出才給分。

5(1)	5(2)	6	7
$-\frac{7}{3}$ (演習 P27 10)	-2	(20, -15)(演習 P15 7)	(2,3)or(2,5)
8(1)	8(2)	9	10
$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}}{6}$	$\frac{25+\sqrt{5}}{2}$	4
11	12	13	14
-890	5(演習 P5 例題 10)	$(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ (演習 P11 例題 2)	$a < 0$ or $a > 2$
15	16		
6	$\frac{11}{3}$		

四、計算證明題：每題 10 分，共 10 分 (請寫下計算過程，無計算過程者不給分)

<p>17. 分段討論(演習 P13 例題 7)</p> $x \geq -\frac{2}{9}$
--