

一、多重選擇題(每題 8 分，共 16 分。答錯一個選項得 5 分，答錯二個選項得 2 分，其餘得 0 分。)

1. (1) 令實係數多項式 $F(x) = a(x-1)(x+1) + b(x-1)(x-2) + c(x+1)(x-2)$ ，且滿足 $F(1) = 3$ ，

$$F(2) = 5, F(-1) = -1;$$

(2) 令實係數多項式 $G(x)$ 滿足 $G(1) = 3$ ， $G(2) = 5$ ， $G(-1) = -1$ ，且 $\deg G(x) \geq 3$ ；

依據上述條件(1)(2)，試判斷下列選項哪些正確？

- (A) $F(x)$ 為二次多項式。
 (B) $F(x)$ 為過 $(1,3)$, $(2,5)$, $(-1,-1)$ 三點的插值多項式。
 (C) $G(x)$ 除以 $(x+1)(x-1)(x-2)$ 的餘式為 $F(x)$ 。
 (D) $G(x)$ 除以 $(x+1)(x-1)$ 的餘式為 $F(x)$ 。
 (E) $F(3) = 8$ 。

2. 已知整係數五次多項式

$$f(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f,$$

若 $f(x)$ 值之正負如右表所示：

x	-2	-1	0	1
$f(x)$ 值	+	-	-	+

且已知 $f(2i+1) = 0$ ，則關於 $f(x) = 0$ 之根的情形，下面敘述哪些是正確的？

- (A) 在 -2 與 -1 之間恰有一實根。
 (B) 在 0 與 1 之間可能不只有一個實根。
 (C) $f(x) = 0$ 必有三實根。
 (D) $2i - 1$ 為 $f(x) = 0$ 之根。
 (E) 若 $f(1 + \sqrt[3]{2}) = 0$ ，則 $f(1 - \sqrt[3]{2}) = 0$ 。

二、填充題(每題 5 分，共 65 分。完全答對才給分)

1. 計算下列各複數，請表示成 $a + bi$ 的形式(其中 $a, b \in R$)

$$(1) \sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3} + \frac{5}{\sqrt{-4}} = \underline{\text{(A)}}。$$

(2) $\frac{1+i}{2-i} + \overline{(i+1)} = \underline{\text{(B)}}$ 。

2. 不等式 $\frac{x^2 - 2x - 5}{x - 1} \leq 1$ 的解為 $\underline{\text{(C)}}$ 。

3. 試計算 $(-7)^5 + 6(-7)^4 - 4(-7)^3 + 25(-7)^2 + 30(-7) + 6 = \underline{\text{(D)}}$ 。

4. 設 $f(x) = (x^3 + x^2 - x + 2)(x^4 - x^3 + 2x^2 + x - 6)$ ，若 $f(x)$ 展開後的各項係數和為 a ，各偶次項係數和為 b ，則數對 $(a, b) = \underline{\text{(E)}}$ 。

5. 若實係數多項式 $ax^4 - bx^3 + 3x + 2$ 除以 $-2x^2 + x + 1$ 的餘式為 $2x + 1$ ，則數對 $(a, b) = \underline{\text{(F)}}$ 。

6. 設實係數多項式 $f(x)$ 除以 $(x+1)(x^2 + 2x + 3)$ 的餘式為 $2x^2 + 3x + 1$ ，則 $f(x)$ 除以 $x^2 + 2x + 3$ 的餘式為 $\underline{\text{(G)}}$ 。

7. 若 α, β, γ 為 $2x^3 - 6x^2 + 3x - 4 = 0$ 的三個根，試求下列各值：

(1) $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = \underline{\text{(H)}}$ 。

(2) $(\alpha + \beta + 2\gamma)(\alpha + 2\beta + \gamma)(2\alpha + \beta + \gamma) = \underline{\text{(I)}}$ 。

8. 已知二次不等式 $f(x) > 0$ 的解為 $-2 < x < 3$ ，則 $(x+2) \cdot f(x) \leq 0$ 的解為 $\underline{\text{(J)}}$ 。

9. 已知整係數方程式 $6x^3 + mx^2 + nx - 3 = 0$ 有三個有理根 α, β, γ ，其中 $0 < \alpha < 1, -2 < \beta < -1$ ，則數對 $(m, n) = \underline{\text{(K)}}$ 。

10. 設 $f(x) = 8x^3 + 16x^2 + 7 = a(2x-1)^3 + b(2x-1)^2 + c(2x-1) + d$ ，其中 a, b, c, d 為常數。

(1) 數組 $(a, b, c, d) = \underline{\text{(L)}}$ 。

(2) 求 $f(0.499)$ 的近似值到小數點後第二位為 $\underline{\text{(M)}}$ 。(小數第三位四捨五入)

三、計算題(共 19 分。請寫詳細過程，過於簡略不予計分)

1. 設 $f(x) = 6x^4 + 5x^3 + 10x^2 - 3x - 2$

(1) 由有理根檢驗法，請列出 $f(x) = 0$ 的所有“可能”的有理根。(全對才給分)(2 分)

(2) 試因式分解 $f(x)$ ，並求出 $f(x) = 0$ 的解。(6 分)

(3) 求出 $f(2x) \leq 0$ 的解。(4 分)

2. 設 a 為實數，且方程式 $ax^2 + 2x + i - 1 = 0$ 有純虛根，試求出 a 值以及方程式的解。(7 分)

臺北市立成功高中 106 學年度第一學期一年級第二次期中考 數學科 參考答案

一、多重選擇題(每題 8 分，共 16 分。答錯一個選項得 5 分，答錯二個選項得 2 分，其餘得 0 分。)

1.	2.
BCD	AC

二、填充題(每格 5 分，共 65 分。完全答對才給分)

A	B	C	D
$-\sqrt{6}-\frac{5}{2}i$	$\frac{6}{5}-\frac{2}{5}i$	$1 < x \leq 4 \vee x \leq -1$	-8
E	F	G	H
(-9, -9)	(-4, -2)	$-x-5$	6
I	J	K	L
$\frac{121}{2}$	$x \geq 3 \vee x = -2$	(13, 4)	(1, 7, 11, 12)
M			
11.98			

三、計算題(共 19 分。請寫詳細過程，過於簡略不予計分)

<p>1.</p> <p>(1) $\pm 1, \pm 2, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{1}{6}, \pm \frac{2}{3}$ (2 分，全對才給分)</p> <p>(2)</p> <p>因式分解 $f(x) = (2x-1)(3x+1)(x^2+x+2)$ (2 分)</p> <p>所以 $f(x)=0$ 的解為 $\frac{1}{2} \vee -\frac{1}{3} \vee \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$ (4 分)</p> <p>(3)</p> <p>$f(2x) = (4x-1)(6x+1)(4x^2+2x+2) \leq 0$</p> <p>得解為 $-\frac{1}{6} \leq x \leq \frac{1}{4}$ (4 分)</p>	<p>2.</p> <p>$a = -4$ (3 分)</p> <p>解為 $-\frac{1}{2}i \vee \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ (4 分)</p>
---	---