

臺北市立成功高中 105 學年度第 1 學期高三社會組數學期末考題目卷

班級: _____ 座號: _____ 姓名: _____

一、單選題 (每題 6 分, 共 24 分)

1. 設 $(1+i)^8 = a+bi$, 其中 a, b 為整數。請問 b 等於下列哪一個選項?

- (A) $C_0^8 + C_2^8 + C_4^8 + C_6^8 + C_8^8$ (B) $C_1^8 + C_3^8 + C_5^8 + C_7^8$ (C) $C_0^8 - C_2^8 + C_4^8 - C_6^8 + C_8^8$
 (D) $C_1^8 - C_3^8 + C_5^8 - C_7^8$ (E) $-C_1^8 + C_3^8 - C_5^8 + C_7^8$

2. 設 $a_1 = 1$ 且 a_1, a_2, a_3, \dots 為等比數列, 請選出正確的選項。

- (A) $a_3 + a_7 = a_5^2$
 (B) 若 $a_{1000} > 0$, 則 $a_{10} > 0$
 (C) 若 $a_3 > 0$, 則 $a_{300} > 0$
 (D) 若 $a_1 + a_2 + \dots + a_{11} > 0$, 則公比 $r > 0$
 (E) 若公比 $r < -1$, 則對任意正整數 n , $a_1 + a_2 + \dots + a_n < 0$

3. 第一天獲得 1 元, 第二天獲得 2 元, 第三天獲得 4 元, 第四天獲得 8 元, 依此每天所得的錢是前一天的兩倍, 如此進行到第 30 天, 試問這 30 天所獲得的錢, 總數最接近下列哪一個選項?

- (A) 10,000 元 (B) 1,000,000 元 (C) 100,000,000 元 (D) 1,000,000,000 元
 (E) 1,000,000,000,000 元

4. 散佈圖如圖 1, 已知圖 A 中 X 與 Y 的相關係數為

a_1 , Y 對 X 的迴歸直線斜率為 b_1 ; 圖 B 中 X 與 Y 的相關係數為 a_2 , Y 對 X 的迴歸直線斜率為 b_2 , 請選出正確的選項。

- (A) $a_1 > a_2, b_1 > b_2$
 (B) $a_1 < a_2, b_1 > b_2$ (C) $a_1 < a_2, b_1 < b_2$
 (D) $a_1 > a_2, b_1 < b_2$ (E) $a_1 = a_2, b_1 = b_2$

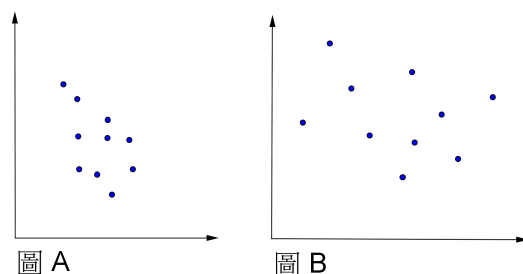


圖 1

二、複選題 (每題 7 分, 共 28 分, 錯一個選項扣 3 分, 扣完為止)

1. 某高中根據歷屆學生的成績紀錄, 得到下列結論: 該校每一屆的學生, 在這個學期數學成績及格者, 有 80% 的比例在下一個學期數學成績也會及格; 這個學期數學成績不及格者, 有 60% 的比例在下一個學期數學成績會及格。某一屆學生在校三年學生總數固定, 假設在校期間第 n 個學期及格的比為 a_n , 不及格的比為 b_n , 令 $X_n = \begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix}$, 且 $X_{n+1} = AX_n$ 。請選出正確的選項。

(A) $A = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.6 \\ 0.2 & 0.4 \end{bmatrix}$

- (B) 某一屆學生在高一上學期有 90% 的學生數學成績及格, 則此屆學生在高一下學期數學成績及格比例為 72%
- (C) 從高一下學期起, 這個學校學生的數學成績及格比例恆大於 0.5
- (D) 這個學校每一屆學生從高一到高三的數學成績及格比例會越來越高
- (E) 若某一屆學生在高中六個學期內, 每學期的數學成績及格比例要維持不變, 則高一上學期的數學成績及格比例必須為 0.8

2. 設坐標平面上, x 坐標與 y 坐標皆為整數的點稱為格子點。請選出圖形上有格子點的選項。

(A) $y = x^2$ (B) $3y = 9x + 1$ (C) $y^2 = -x - 2$ (D) $x^2 + y^2 = 3$ (E) $y = \log_9 x + \frac{1}{2}$

3. 如圖 2, 以 M 為圓心, $\overline{MA} = 8$ 為半徑畫圓, \overline{AE} 為該圓的直徑, B, C, D 皆在圓上, 且 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 。若 $\overline{MD} = 8(\cos(\theta + 90^\circ), \sin(\theta + 90^\circ))$ 。請選出正確的選項。

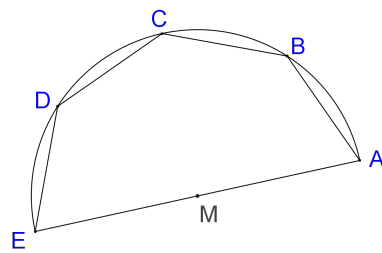


圖 2

- (A) $\overline{MA} = 8(\cos\theta, \sin\theta)$
- (B) $\overline{MC} = 8(\cos(\theta + 45^\circ), \sin(\theta + 45^\circ))$
- (C) $\overline{MA} \cdot \overline{MA} = 8$
- (D) $\overline{MD} \cdot \overline{MB} = 0$
- (E) $\overline{BD} = 8(\cos\theta + \cos(\theta + 90^\circ), \sin\theta + \sin(\theta + 90^\circ))$

4. 設 $f(x)$ 是首項係數為 1 的實係數三次多項式且 $f(-3) = 0$ 。請選出正確的選項。

- (A) 若 $f(2) = 0$, 則 $x - 2$ 可整除 $f(x)$ (B) 若 $f(2) = 0$, 則 $f(x)$ 為整係數多項式
- (C) 若 $f(\sqrt{2}) = 0$, 則 $f(-\sqrt{2}) = 0$ (D) 若 $f(2i) = 0$, 則 $f(-2i) = 0$
- (E) 若 $f(2i) = 0$, 則 $f(x)$ 為整係數多項式

三、 填充題 (每格 6 分, 共 48 分)

- $|x| + |x - 5| \leq 6$, 則 x 的範圍為 (1)。
- 坐標平面上 O 為原點, 設 $\vec{u} = (1, 2)$, $\vec{v} = (3, 4)$ 。令 Ω 為滿足 $\overrightarrow{OP} = x\vec{u} + y\vec{v}$ 的所有點 P 所形成的區域, 其中 $0 \leq x \leq \frac{3}{2}$, $-2 \leq y \leq 1$, 則 Ω 的面積為 (2) 平方單位。
- 從橢圓 Γ 的兩焦點分別作垂直於長軸的直線, 交橢圓於四點。已知連此四點得一個面積為 8 的正方形, 則 Γ 的長軸長為 (3)。

- 一線性規劃問題的可行解區域為坐標平面上的正八邊形 $ABCDEFGH$ 及其內部, 如圖 3。已知目標函數 $ax - by + 3$ (其中 a, b 是實數) 的最大值只發生在 D 點。因此當目標函數改為 $bx + ay + 3$ 時, 最大值會發生在 (4) 點。
- 設集合 $A = \{(a, b, c) | a, b, c \text{ 為正整數且 } a + b + c = 12\}$ 。在 A 中每一序對被抽中的機率均等, 從 A 中隨機抽取一序對 (a, b, c) , 在已知 $a \leq b \leq c$ 的條件下, $a < b < c$ 的機率為 (5)。

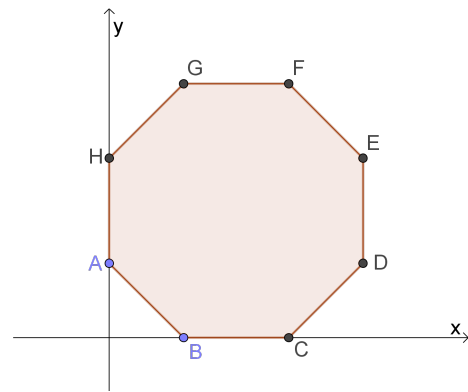


圖 3

- 風力發電機的葉片是垂直裝置於旋轉軸上, 設此旋轉軸為直線 $L: \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{a}$ 。若葉片上有一點 $P(4, 1, b)$ 經旋轉後, 軌跡是一個圓, 且此圓所在的平面方程式為 $cx - 2y + 3z = 0$, 則序對 (a, b, c) 為 (6)。

- 線性方程組
$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ 2x + y + 3z = 6 \\ x - y = 6 \\ x - 2y - z = 8 \end{cases}$$
 經高斯消去法計算後, 其增廣矩陣可化簡為
$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & a & b \\ 0 & 1 & c & d \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right],$$
 則 $a + b + c + d$ 為 (7)。

- 在空間中, 一個斜面的坡度定義為斜面與水平面夾角 θ 的正切值 $\tan\theta$ 。若一金字塔 (底部為一正方形, 四個斜面為等腰三角形) 的每一個斜面的坡度皆為 1。則相鄰斜面的夾角的餘弦函數的絕對值為 (8)。

臺北市立成功高中 105 學年度第 1 學期高三社會組數學期末考答案卷

班級: _____ 座號: _____ 姓名: _____

一、 單選題 (每題 6 分, 共 24 分)

| | | | |
|---------------|-------------|-------------|-------------|
| 1. D/E | 2. B | 3. D | 4. C |
|---------------|-------------|-------------|-------------|

二、 複選題 (每題 7 分, 共 28 分, 錯一個選項扣 3 分, 扣完為止)

| | | | |
|--------------|---------------|--------------|---------------|
| 1. AC | 2. ACE | 3. BD | 4. ADE |
|--------------|---------------|--------------|---------------|

三、 填充題 (每格 6 分, 共 48 分)

| | | | |
|--|------------------------|-----------------------------------|--------------------------|
| (1) $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{11}{2}$ | (2) 9 | (3) $\sqrt{10} + \sqrt{2}$ | (4) F |
| (5) $\frac{7}{12}$ | (6) (-3, -2, 2) | (7) 4 | (8) $\frac{1}{2}$ |