

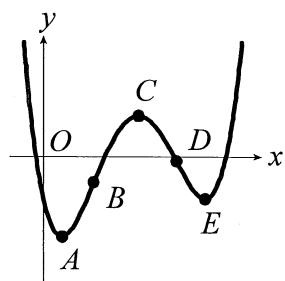
臺北市立成功高級中學第 104 學年度 高三下學期 數學科 期末考試題 (自然組)

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多選題：每題 7 分，共 28 分(錯一個選項得 5 分，錯兩個得 3 分，錯三個以上不給分)

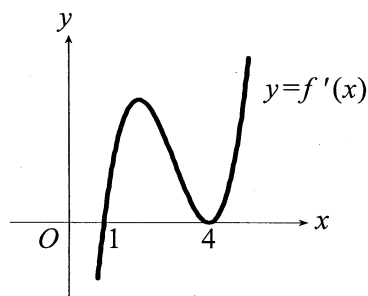
- () 1. 下列哪些函數在 $x = 1$ 時可微分？ (1) $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ (2) $f(x) = x[x]$ (3) $f(x) = \begin{cases} x^2 & , x \leq 1 \\ 2x-1 & , x > 1 \end{cases}$ (4) $f(x) = x|x|$
 (5) $f(x) = 2|x|$.

- () 2. 四次函數 $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ 的圖形如下圖，其中 A, C, E 是水平切線的切點， B 及 D 是反曲點，則下列何者為真？(1) $b > 0$ (2) $d > 0$ (3) $3b^2 - 8ac > 0$ (4) 函數 $y = f(x)$ 恰有三個極值 (5) 二階導函數 $y = f''(x)$ 沒有極值 .



- () 3. 下列何者為真？(1) $\int (2x+3)^2 dx = \frac{(2x+3)^3}{6}$ (2) 函數 $g(x) = \int_1^x 3t^2 dt$ 的導函數為 $g'(x) = x^3$ (3) $2 \int_0^r \sqrt{r^2 - x^2} dx = \pi r^2$
 (4) 函數 $h(x) = \int_2^x \sqrt{1-t^2} dt$ 的導函數為 $h'(x) = \sqrt{1-x^2}$ (5) 若 $f'(0)$ 不存在，則函數 $f(x)$ 在 $x = 0$ 不連續 .

- () 4. 設 $f(x)$ 的導函數 $f'(x)$ 為實係數三次函數，且 $y=f'(x)$ 的部分圖形如下圖，試選出正確的選項？
 (1) $f(x)$ 在 $x \in [-\infty, 1]$ 時為遞增函數 (2) 方程式 $f(x) = 0$ 在 $x = 4$ 時有二重根 (3) $f(2) < f(3)$
 (4) $(4, f(4))$ 是 $y=f(x)$ 的一個反曲點 (5) $y = f(x)$ 在 $x = 4$ 有最小值 .



二、填充題：每題 6 分，共 60 分

1. 試求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} [(n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 + \dots + (n+n)^2]$ 的值 _____ (A) _____

2. 試計算下列各定積分的值：

(1) $\int_{-3}^3 [x] dx =$ _____ (B) _____

(2) $\int_{-2016}^{2016} (5x^7 - x^5 + 3x^3 - 1) dx = \underline{\hspace{2cm}} (C) \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $\int_{-2}^2 |2 + x - \sqrt{4 - x^2}| dx = \underline{\hspace{2cm}} (D) \underline{\hspace{2cm}}$

3. 已知 $\int_{-3}^2 f(x) dx = -3$, $\int_{-3}^5 f(x) dx = 3$, $\int_2^5 g(x) dx = -3$, 試求 $\int_5^2 [f(x) - 3g(x)] dx = \underline{\hspace{2cm}} (E) \underline{\hspace{2cm}}$

4. 已知函數 $f(x) = x^3 - 3x$,

(1) 試求過反曲點的切線 $\underline{\hspace{2cm}} (F) \underline{\hspace{2cm}}$

(2) 已知方程式 $x^3 - 3x + a = 0$ 有兩相異正根及一負根, 求 a 的範圍 $\underline{\hspace{2cm}} (G) \underline{\hspace{2cm}}$

5. 若函數 $f(x)$ 的定義域為 $x \in [-4, 2]$, 且 $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 9x + 2$, 求 $f(x)$ 的值域 $\underline{\hspace{2cm}} (H) \underline{\hspace{2cm}}$

6. 設 $f(x) = (x^2 - 3x)(-4x + 1)^2$, 則 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1-3h)}{h} = \underline{\hspace{2cm}} (I) \underline{\hspace{2cm}}$

7. 設 $f(x) = 2^x + x$, 的圖形與 x 軸, $x = 0$, $x = 2$ 所圍成的區域為 S , 將閉區間 $[0, 2]$ 分割成 4 等分, 則 S 的上和

$U_4 = \underline{\hspace{2cm}} (J) \underline{\hspace{2cm}}$

三、計算題: 共 12 分

1. (1) 求曲線 $y = x^2$ 與 $y = 2 - x^2$ 的交點 (2%)

(2) 求兩曲線所圍成的封閉區域, 繞 x 軸旋轉所得的旋轉體體積 (5%)

(3) 求兩曲線所圍成的封閉區域, 繞 y 軸旋轉所得的旋轉體體積 (5%)

臺北市立成功高級中學第 104 學年度 高三下學期 數學科 期末考試題 (自然組)

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多選題：每題 7 分，共 28 分(錯一個選項得 5 分，錯兩個得 3 分，錯三個以上不給分)

1.	2.	3.	4.
----	----	----	----

二、填充題：每題 6 分，共 60 分

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
(F)	(G)	(H)	(I)	(J)

三、計算題：共 12 分

臺北市立成功高級中學第 104 學年度 高三下學期 數學科 期末考試題 (自然組)

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多選題：每題 7 分，共 28 分(錯一個選項得 5 分，錯兩個得 3 分，錯三個以上不給分)

1. 3 4 5	2. 3 4	3. 4	4. 3 4
-------------	-----------	---------	-----------

二、填充題：每題 6 分，共 60 分

(A) $\frac{7}{3}$	(B) -3	(C) -4032	(D) 4	(E) -15
(F) $y = -3x$	(G) $0 < a < 2$	(H) $\{y -25 \leq y \leq 7\}$	(I) -285	(J) $\frac{3\sqrt{2} + 11}{2}$

三、計算題：共 12 分

1.(1) $(-1, 1)$, $(1, 1)$ (2) $\frac{16\pi}{3}$ (3) π

Sol:

(1) 解聯立方程式 $\begin{cases} y = x^2 \\ y = 2 - x^2 \end{cases}$, 得 $x^2 = 1$, $x = \pm 1$, 交點為 $(-1, 1)$, $(1, 1)$ (2%)

(2) $\int_{-1}^1 \pi[(2 - x^2)^2 - (x^2)^2] dx = \pi \int_{-1}^1 (4 - 4x^2) dx = \pi(4x - \frac{4}{3}x^3) \Big|_{-1}^1 = \frac{16\pi}{3}$ (5%)

(3) $\int_0^1 \pi(\sqrt{y})^2 dy + \int_1^2 \pi(\sqrt{2-y})^2 dy = \pi \int_0^1 y dy + \pi \int_1^2 (2-y) dy = \pi(\frac{y^2}{2}) \Big|_0^1 + \pi(2y - \frac{y^2}{2}) \Big|_1^2 = \pi$ (5%)