臺北市立成功高中 104 學年度第二學期高二第一次期中考數學試題

※請注意：題號前有標示「◎」記號者，第一類組(201~205)同學不必作答，第二、三類組(206~223)同學則全部題目都必須作答。

一、是非題：正確的請畫「O」，錯誤的請畫「X」

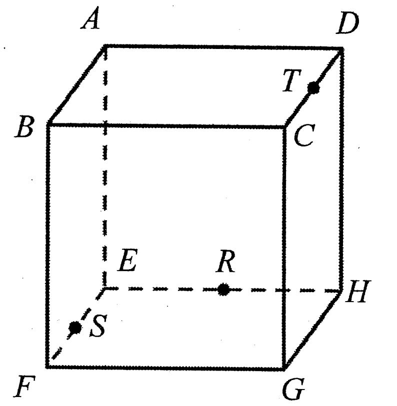
1. 空間中，若兩相異直線 L_1 與 L_2 均與直線 L 垂直，則 $L_1 // L_2$ 。

2. 空間中，若兩相異平面 E_1 與 E_2 均與平面 E 垂直，則 $E_1 // E_2$ 。

3. 空間中，相異三點恰可決定唯一的平面。

4. 正四面體 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}$ 。

5. 如右圖，已知正六面體 $ABCD\text{-}EFGH$，$\overline{EF}$ 的中點為 S，$\overline{EH}$ 的中點為 R，$\overline{CD}$ 的中點為 T，則 $\angle TRS = 90°$ 。



◎6. 已知空間中不共面之四點 $ABCD$，則 $\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{AC}\times\overrightarrow{AD}) = \overrightarrow{AC}\cdot(\overrightarrow{AD}\times\overrightarrow{AB})$ 。

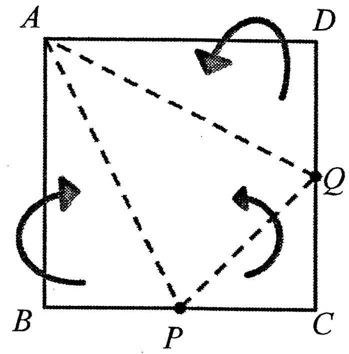
二、填充題：

1. 設 $\vec{a}=(1,-2,3)$ ，$\vec{b}=(-1,1,1)$ ，則 $\left|\vec{a}+t\vec{b}\right|$ 的最小值為__(A)__ 。

2. 已知空間中兩向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ ，若 $\vec{a}\times\vec{b}=(3,6,-6)$ 且 $\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|=3\sqrt{2}$ ，則 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 的夾角為__(B)__ 。

3. 已知 ΔOAB 中，$\left|\overrightarrow{OA}\right|=5$ ，$\left|\overrightarrow{OB}\right|=7$ ，點 C 在線段 AB 上且 $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{AB}$ ，其中 $t\in\mathbb{R}$ ，若 $\overrightarrow{OC}$ 平分 $\angle AOB$，則 t 之值為__(C)__ 。

4. 如圖，邊長為 4 的正方形 $ABCD$ 中，P、Q 分別為 $\overline{BC}$ 、$\overline{CD}$ 的中點，沿虛線向上摺，使 B、C、D 重合於 R，形成四面體 $APQR$，試求四面體 $APQR$ 的體積為__(D)__ 。
(四面體(錐體)體積 $=\frac{1}{3}\times$(底面積)$\times$高)



5. 已知空間坐標系中第一掛限內有一點 P，若 P 到 x 軸、y 軸、xy 平面的距離分別為 5、$\sqrt{17}$ 、4，則 P 點的坐標為__(E)__ 。

6. 試求過空間中三點 $A(2,1,-1)$ 、 $B(1,2,1)$ 、 $C(1,1,3)$ 的平面方程式為__(F)__。

7. 若平面 E 通過點$(1,2,3)$ ，且 E 同時與 xy 平面、平面 $x+y+z=1$ 皆垂直，則此平面 E 的方程式為__(G)__。

8. 若空間中一光線從點 $P(1,2,3)$ 射向平面 E 上的點 $(2,1,4)$ 後，往平面外點 $Q(4,3,6)$ 的方向反射，則平面 E 的方程式為__(H)__。

9. 空間中，設 A、B、C 三點分別在 x 軸、y 軸、z 軸的正向上，O 為原點。若 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$ 且 $\overrightarrow{OD}=3\overrightarrow{OC}$ ，則點 O 到平面 ABC 的距離與點 O 到平面 ABD 的距離比為__(I)__。

10.試求平面 $\sqrt{2}x+y+z=1$ 與 xz 平面的銳夾角為__(J)__。

11.空間中已知兩點 $A(2,1,3)$ 、 $B(1,3,1)$ ，動點 P 在 xz 平面上，試求 $\overline{AP}+\overline{BP}$ 之最小值為__(K)__；此時 P 點坐標為__(L)__。

◎12.行列式 $\begin{vmatrix} 200 & 201 & 202 \\ 26 & 24 & 25 \\ 53 & 51 & 52 \end{vmatrix}$ 之值為__(M)__。

三、計算題：請寫出詳細的計算過程，否則不予計分，並請標明題號

1. 已知 ΔABC 的三邊長分別為 5、6、7，若其內一點 P 到各邊之距離分別為 x、y、z，則 $x^2+y^2+z^2$ 的最小值為何？

◎2.已知 a、b、c 三數為方程式 $x^3+2x^2+3x-5=0$ 的三根，試求 $\begin{vmatrix} a+b & b & c \\ b+c & c & a \\ c+a & a & b \end{vmatrix}$ 之值。

臺北市立成功高中 104 學年度第二學期高二第一次期中考數學答案卷

(第一類組)

班級：______座號：______姓名：____________

一、是非題：正確的請畫「O」，錯誤的請畫「X」(每題 2 分)

1.	2.	3.	4.	5.	6.

二、填充題：(答對前 6 格，每格 7 分；答對第 7 格起，每格 6 分)

(A)	(B)	(C)	(D)
(E)	(F)	(G)	(H)
(I)	(J)	(K)	(L)
(M)			

三、計算題：請寫出詳細的計算過程，否則不予計分，並請標明題號(12 分)

臺北市立成功高中 104 學年度第二學期高二第一次期中考數學答案卷

(第二、三類組)

班級：______座號：______姓名：______________

一、是非題：正確的請畫「O」，錯誤的請畫「X」(每題 2 分)

1.	2.	3.	4.	5.	6.

二、填充題：(答對前 7 格，每格 6 分；答對第 8 格起，每格 5 分)

(A)	(B)	(C)	(D)
(E)	(F)	(G)	(H)
(I)	(J)	(K)	(L)
(M)			

三、計算題：請寫出詳細的計算過程，否則不予計分，並請標明題號(每題 8 分)

臺北市立成功高中 104 學年度第二學期高二第一次期中考數學答案

(第一類組)

一、是非題：正確的請畫「O」，錯誤的請畫「X」(每題 2 分)

1.	2.	3.	4.	5.	◎6.
X	X	X	O	O	

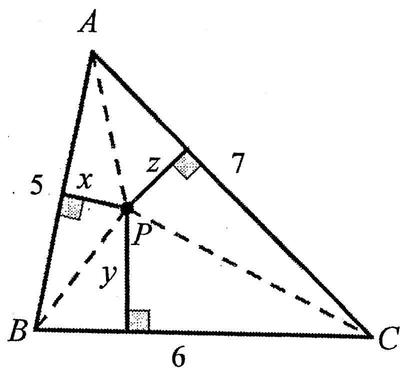
二、填充題：(答對前 6 格，每格 7 分；答對第 7 格起，每格 6 分)

(A)	(B)	(C)	(D)
$\sqrt{14}$	$30°$ 或 $150°$	$\frac{5}{12}$	$\frac{8}{3}$
(E)	**(F)**	**(G)**	**(H)**
$(1,3,4)$	$4x+2y+z-9=0$	$x-y+1=0$	$y-1=0$
(I)	**(J)**	**(K)**	**(L)**
$\sqrt{19}$ ： $3\sqrt{3}$	$60°$	$\sqrt{21}$	$(\frac{7}{4},0,\frac{5}{2})$
◎(M)			

三、計算題：請寫出詳細的計算過程，否則不予計分，並請標明題號(12 分)

1. 如圖，

ΔABC 面積 $=\Delta PAB$ 面積 $+\Delta PBC$ 面積 $+\Delta PCA$ 面積



$$\Rightarrow \sqrt{9\cdot(9-5)\cdot(9-6)\cdot(9-7)}=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot x+\frac{1}{2}\cdot 6\cdot y+\frac{1}{2}\cdot 7\cdot z$$

$\Rightarrow 5x+6y+7z=12\sqrt{6}$ **(5 分)**

由柯西不等式得 $(x^2+y^2+z^2)(5^2+6^2+7^2)\geq(5x+6y+7z)^2$

(4 分)

$\Rightarrow x^2+y^2+z^2\geq\frac{432}{55}$ $\quad\therefore x^2+y^2+z^2$ 的最小值為 $\frac{432}{55}$ **(3 分)**

臺北市立成功高中 104 學年度第二學期高二第一次期中考數學答案

(第二、三類組)

一、是非題：正確的請畫「O」，錯誤的請畫「X」(每題 2 分)

1.	2.	3.	4.	5.	6.
X	X	X	O	O	O

二、填充題：(答對前 7 格，每格 6 分；答對第 8 格起，每格 5 分)

(A)	(B)	(C)	(D)
$\sqrt{14}$	$30°$	$\frac{5}{12}$	$\frac{8}{3}$
(E)	**(F)**	**(G)**	**(H)**
$(1,3,4)$	$4x+2y+z-9=0$	$x-y+1=0$	$y-1=0$
(I)	**(J)**	**(K)**	**(L)**
$\sqrt{19}$ ： $3\sqrt{3}$	$60°$	$\sqrt{21}$	$(\frac{7}{4},0,\frac{5}{2})$
(M)			
81			

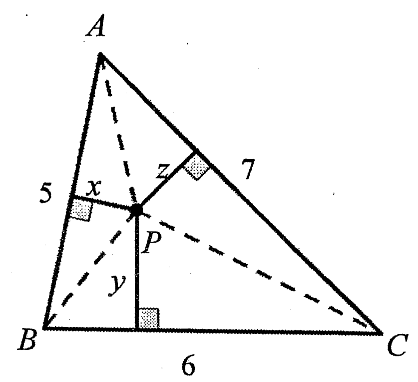
三、計算題：請寫出詳細的計算過程，否則不予計分，並請標明題號 (共16分)

1. 如圖，

ΔABC 面積 $=\Delta PAB$ 面積 $+\Delta PBC$ 面積 $+\Delta PCA$ 面積

$$\Rightarrow \sqrt{9\cdot(9-5)\cdot(9-6)\cdot(9-7)}=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot x+\frac{1}{2}\cdot 6\cdot y+\frac{1}{2}\cdot 7\cdot z$$

$\Rightarrow 5x+6y+7z=12\sqrt{6}$ **(4 分)**



由柯西不等式得 $(x^2+y^2+z^2)(5^2+6^2+7^2)\geq(5x+6y+7z)^2$

(2 分)

$\Rightarrow x^2+y^2+z^2\geq\frac{432}{55}$ $\therefore x^2+y^2+z^2$ 的最小值為 $\frac{432}{55}$ **(2 分)**

2. $\because a$、b、c 為 $x^3+2x^2+3x-5=0$ 的三根 $\therefore a+b+c=-2$，$ab+bc+ca=3$，$abc=5$

$$\begin{vmatrix} a+b & b & c \\ b+c & c & a \\ c+a & a & b \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} -2-c & b & c \\ -2-a & c & a \\ -2-b & a & b \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} -2 & b & c \\ -2 & c & a \\ -2 & a & b \end{vmatrix}=-2\begin{vmatrix} 1 & b & c \\ 1 & c & a \\ 1 & a & b \end{vmatrix}$$

$$=-2(bc+ca+ab-c^2-a^2-b^2)=-2\cdot 3+2\left[(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)\right]$$

$=-6+2[4-2\cdot 3]=-10$ **(8 分；部分錯誤者請老師自行斟酌給分)**