成功高中104學年度下學期數學科第一次段考 試題卷（高一）

一、多選題(每題8分，每題答錯一個選項得4分，答錯兩個選項以上不計分)

1.某一班共有45人，問卷調查有手機與平板電腦的人數。從統計資料顯示此班有35人有手機，而有24人有平板電腦。

設：A為同時有手機與平板電腦的人數；B為有手機，但沒有平板電腦的人數；

C為沒有手機，但有平板電腦的人數；D為沒有手機，也沒有平板電腦的人數，

請選出恆成立的選項。

(A) $A>B$　(B) $A>C$　(C) A最大為23　(D) $B>D$　(E) $A>D$。

2.在實數系中，請選出正確的選項。

(A) $\sum_{k=1}^{n}(n\cdot k)=n^2$　(B) $\sum_{k=1}^{10}(2k-1)+\sum_{k=1}^{10}2k=\sum_{k=1}^{20}k$　(C) $\sum_{k=1}^{10}k=\sum_{k=4}^{13}(k-3)$

(D) $\sum_{k=1}^{n}(x^2+y^2)^k\geq\sum_{k=1}^{n}x^{2k}+\sum_{k=1}^{n}y^{2k}$　(E) $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}=\frac{2}{n(n+1)}$

3.在實數系中，請選出恆成立的選項。

(A)若等比數列首項為1且第三項為9，則此數列的第四項為27。

(B)若數列$\langle a_n\rangle$為等差數列，則數列$\langle (a_n)^2\rangle$亦為等差數列。

(C)若數列$\langle a_n\rangle$為等比數列，則數列$\langle (a_n)^2\rangle$亦為等比數列。

(D)若數列$\langle a_n\rangle$的前n項之和為$S_n=3n^2-2n+1$，則此數列為等差數列。

(E)若數列$\langle a_n\rangle$的遞迴定義式是$\begin{cases}a_1=1\\ a_{n+1}=\dfrac{3a_n-1}{4a_n-1}\end{cases}$，其中$n$為正整數，則此數列的第十項$a_{10}=\dfrac{10}{19}$。

4.有關2160的正因數，請選出正確的選項。

(A)正因數個數有40個　(B)正因數為12的倍數有18個

(C)正因數為完全平方數者有2個　(D)不是偶數的正因數有8個

(E)大於或等於720的正因數有3個

二、填充題(每格6分)

1.試求一等比級數$-\frac{2}{3}+1-\frac{3}{2}+\frac{9}{4}+\cdots-\frac{243}{32}$之和為__________。(化成最簡分數)

2.試求$(1)+(1+4)+(1+4+7)+\ldots+(1+4+7+\ldots+58)=$__________。

(上式即：第n個括號內為一個等差級數的前n項和)

3. 若級數$\sum_{k=1}^{n}\sqrt{a_k}=n^2$，則$\sum_{k=1}^{20}a_k=$__________。

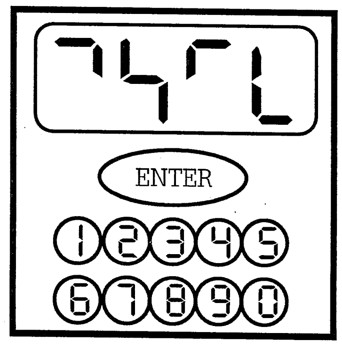
4.<u>小成</u>購買一間房子，簽約時先付100萬元，剩餘款項分二十期付清，已知這二十期所付款額成等差數列，且前兩期共付71萬元，而第三、四期共付83萬元，則此棟房屋總價為＿＿＿＿萬元。

5.試求 $\sum_{k=1}^{100}\frac{1}{4k^2-1}=$＿＿＿＿。

6.<u>小功</u>將 16 個正數寫在紙上，排列成 4 列 4 行，如右圖所示。其中每一橫列的數成等差數列，每一直行的數成等比數列，且所有等比數列的公比皆相同。已知 $a_{24}=1$，$a_{42}=\frac{1}{8}$，$a_{43}=\frac{3}{16}$，則 $a_{11}+a_{22}+a_{33}+a_{44}=$＿＿＿＿。

a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}
a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}
a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{34}
a_{41}	a_{42}	a_{43}	a_{44}

7.<u>小高</u>的保險箱密碼是由四個阿拉伯數字組成，但歷經長期磨損後，密碼顯示如右圖，試問<u>小高</u>原來的密碼有＿＿＿＿組可能的情形



8.數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係式為 $\begin{cases} a_1=1 \\ a_{n+1}=a_n+n^2+1 \end{cases}$，其中 n 為正整數，

則一般項 $a_n=$＿＿＿＿ (以 n 表示)

9.一辦公室有六個編號分別為 1 至 6 號的門可進出，今甲、乙兩人進出此辦公室有以下三種限制：
(1)甲、乙兩人分別由不同的門進入，再由不同的門出去；
(2)甲不可由同一個門進出且乙不可由同一個門進出；
(3)甲不可從 1 號門出；
則甲、乙兩人進出此辦公室共有＿＿＿＿種方法。

10.有一正整數數列 $\langle a_n \rangle$，其前 n 項和為 S_n。若對所有的正整數 n，a_n 與2的等差中項等於 S_n 與2的等比中項，求 $a_{2014}=$＿＿＿＿。

三、計算題(8 分，請將證明過程寫在答案卷上)

試以數學歸納法證明：

對所有正整數 n，$1\times2+2\times3+3\times4+\cdots+n(n+1)=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ 均成立。

成功高中 104 學年度下學期數學第一次段考答案卷（高一）

班級：________座號：________姓名：__________

一、多選題(每題 8 分，每題答錯一個選項得 4 分，答錯兩個選項以上不計分)

1. BDE	2. BCD	3. CE	4. ABDE

二、填充題(每格 6 分)

1. $-\frac{463}{96}$	2. 4200	3. 10660	4. 1350(萬)	5. $\frac{100}{201}$
6. $\frac{13}{8}$	7. 450	8. $\frac{2n^3-3n^2+7n}{6}$	9. 525	10. 8054

三、計算題 (8 分)

試以數學歸納法證明：對所有正整數 n，$1\times2+2\times3+3\times4+\cdots+n(n+1)=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ 均成立。

(以下為參考配分)

(1) 當 $n=1$ 時，左式=右式 (2 分)

(2) 設 n=k 時，則當 n=k+1 時成立 (5 分)

根據數學歸納法，$1\times2+2\times3+3\times4+\cdots+n(n+1)=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ 均成立。(1 分)

成功高中 104 學年度下學期數學第一次段考答案卷（高一）

班級：________座號：________姓名：__________

一、多選題(每題 8 分，每題答錯一個選項得 4 分，答錯兩個選項以上不計分)

1.	2.	3.	4.

二、填充題(每格 6 分)

1.	2.	3.	4.	5.
6.	7.	8.	9.	10.

三、計算題（8 分）

試以數學歸納法證明：對所有正整數 n，$1\times2+2\times3+3\times4+\cdots+n(n+1)=\dfrac{n(n+1)(n+2)}{3}$ 均成立。