

臺北市立成功高級中學 104 學年度第一學期 高二 期末考 數學科試題卷

一、多重選擇題（至少有一選項為正確，每題 5 分，錯一選項扣兩分，扣完為止。）20%

1、下列選項何者正確？(A)長度為 1 的線段上的點恰可以決定兩個向量 (B)一條直線恰有兩個方向向量 (C)一條直線恰有兩個法向量 (D)一條直線上恰有一個單位向量 (E)一個非零向量的方向上恰有一個單位向量。

2、下列有關向量的運算中何者正確？(A) $r(\vec{a}+\vec{b})=r\vec{a}+r\vec{b}$ (B) $(\vec{a}\cdot\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot(\vec{b}\cdot\vec{c})$ (C) $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$
(D) $\left|\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{c}|}\right|=\left|\vec{a}\cdot\vec{b}\right|$ (E) $\left|\frac{\vec{a}+\vec{b}}{|\vec{c}|}\right|=\left|\vec{a}+\vec{b}\right|$ 。

3、若已知 \vec{a} 與 \vec{b} 兩向量， r, s 為實數，則下列何者正確？(A)若 \vec{a} 與 \vec{b} 長度不為零，則任意 \vec{c} 必可表成 $\vec{c}=r\vec{a}+s\vec{b}$ 的型式 (B)若 $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$ 且 $|\vec{c}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2$ ，則 \vec{a} 與 \vec{b} 垂直 (C)若 $|\vec{c}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2$ 且 \vec{a} 與 \vec{b} 垂直，則 $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$ (D)若 \vec{a} 在 \vec{b} 的正射影長度為 r ，則 \vec{a} 在 \vec{b} 的正射影為 $r\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$ (E)若 $\vec{a}=(x_1, y_1)$ 與 $\vec{b}=(x_2, y_2)$ 兩向量平行，則 $\vec{a}=r\vec{b} \Leftrightarrow (x_1, y_1)=r(x_2, y_2) \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2}=\frac{y_1}{y_2}=r \Leftrightarrow x_1y_2-x_2y_1=0$ 。

4、下列選項中何者與行列式 $\begin{vmatrix} 28 & 46 \\ 17 & 35 \end{vmatrix}$ 之值相等？(A) $\begin{vmatrix} 28 & 17 \\ 46 & 35 \end{vmatrix}$ (B) $\begin{vmatrix} 17 & 35 \\ 28 & 46 \end{vmatrix}$ (C) $\begin{vmatrix} 46 & 28 \\ 35 & 17 \end{vmatrix}$ (D) $\begin{vmatrix} 35 & 17 \\ 46 & 28 \end{vmatrix}$
(E) $\begin{vmatrix} 25 & 47 \\ 16 & 38 \end{vmatrix}$ 。

二、填充題（答對格數 8（含）格以內者每格 6 分，答對格數 9 格以上，每格 4 分）80%

1、在正十邊形的十個頂點中，任取相異兩點，可決定 (A) 個不同的向量。

2、平行四邊形 $OABC$ 中， O 為原點， $A(-1,3)$ ， $B(3,-4)$ ，則 C 點座標為 (B)。

3、若有直線 $L:\begin{cases} x=-t+1 \\ y=2t-3 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ 與直線 $M:\begin{cases} x=2t+1 \\ y=-3t+2 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ ，則兩直線的交點座標為 (C)。

4、若三角形 ABC 中， $A(-1,3)$ ， $B(7,-3)$ ， $C(2,7)$ ，角 A 的角平分線交 \overline{BC} 於 D 點；則

(1) 若 $\overline{AD}=x\overline{AC}+y\overline{AB}$ ，則序對 (x, y) 為 (D)。

(2) 重心座標 (E) $\left(\frac{8}{3}, \frac{7}{3}\right)$ (3) 外心座標 (F)。

5、若 $|\vec{a}|=\sqrt{2}$ ， $|\vec{b}|=\sqrt{3}$ 且 $|2\vec{a}-3\vec{b}|=\sqrt{59}$ ，又 θ 為 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角，則 $\cos\theta$ 值為 (G)。

6、若 $A(2,3)$ ， $B(6,-4)$ ， $C(-1,5)$ ，則 \overline{AB} 在 \overline{AC} 上的正射影為 (H)；又 B 點在直線 AC 上的投影點座標為 (I)。

7、行列式 $\begin{vmatrix} 2016 & 2170 \\ 2115 & 208 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2175 & 2015 \\ 210 & 2110 \end{vmatrix}$ 之值為 (J)。

8、若行列式 $\begin{vmatrix} a-2c & 3a+c \\ b-2d & 3b+d \end{vmatrix}=28$ ，則行列式 $\begin{vmatrix} b & a \\ d & c \end{vmatrix}$ 之值為 (K)。

9、已知 \vec{a} 、 \vec{b} 為兩不平行的非零向量，若 \vec{a} 、 \vec{b} 兩向量所張成的平行四邊形面積為 8，則由 $2\vec{a}-3\vec{b}$ 與 $3\vec{a}+2\vec{b}$ 兩向量所張成的平行四邊形面積為 _____ (L)。

10、若 (x,y) 在圓 $(x+1)^2+(y-2)^2=5$ 上，則 $x-2y$ 的最小值為 _____ (M)。

11、若直線 L 為直線 $L_1:3x-y=5$ 與直線 $L_2:x-3y=7$ 的銳角平分線，則直線 L 方程式的一般式為 _____ (N)。

12、已知 $A(2,3)$ ， $B(1,1)$ ，若點 $P(x,y)$ 在線段 AB 上，則 $2x^2+y^2$ 的最大值為 _____ (O)。

13、已知方程組 $\begin{cases} 4x+3y=10 \\ ax+2by=16 \end{cases}$ 的解為 $(2\alpha, 2\beta)$ ，而方程組 $\begin{cases} 8x-5y=-1 \\ 3bx-4ay=-43 \end{cases}$ 的解為 (α, β) ，則序對 (α, β, a, b) 為 _____ (P)。

注意：期末考至此結束，以下為挑戰題，可做可不做！

挑戰題：各位任課老師酌量加分。(滿分以 100 分為原則)

甲、若已知不面上三直線 $L_1:2x+y=2$ ， $L_2:y=0$ ， $L_3:x+3y=6$ 及一動點 $P(x,y)$ ，令 P 到 L_1 ， L_2 ， L_3 的距離平方分別為 α ， β ， γ ；則 $5\alpha+5\beta+10\gamma$ 的值，在 $P(x,y)=$ _____ (Q) 時，有最小值 _____ (R)。

乙、方程組 $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$ 的解為 $(x,y)=(\alpha,\beta)$ ，方程組 $\begin{cases} 3b_1x+c_1y=2a_1 \\ 3b_2x+c_2y=2a_2 \end{cases}$ 的解為 $(x,y)=(\gamma,\delta)$ ，已知 $\alpha,\beta,\gamma,\delta$ 四數中有三個是連續的正整數，則序對 $(\alpha,\beta,\gamma,\delta)=$ _____ (S)。

珍惜時間，善用假期。

祝大家期末考試順利，新年愉快！

臺北市立
成功高級中學 104 學年度第一學期 高二 期末考 數學科答案卷

班級_____座號_____姓名_____

一、多重選擇題（至少有一選項為正確，每題 5 分，錯一個選項扣兩分，扣完為止。） 20%

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| | | | |

二、填充題(答對格數 8(含)格以內每格 6 分，答對格數第 9 格起每格 4 分)80%

| | | |
|-----|-----|-----|
| (A) | (B) | (C) |
| | | |
| (D) | (E) | (F) |
| | | |
| (G) | (H) | (I) |
| | | |
| (J) | (K) | (L) |
| | | |
| (M) | (N) | (O) |
| | | |
| (P) | | |
| | | |
| (Q) | (R) | (S) |
| | | |

臺北市立
成功高級中學 104 學年度第一學期 高二 期末考 數學科答案

一、多重選擇題（每題 5 分，錯一個選項扣二分，扣完為止）

| | | | |
|----|---------|----|-------|
| 1、 | 2、 | 3、 | 4、 |
| E | A C D E | B | A D E |

二、填充題(答對格數 8(含)格以內，每格 6 分，答對格數第 9 格起每格 4 分)

| | | |
|---------------------------------------|------------------------------|--------------------------------------|
| (A) | (B) | (C) |
| 50 | $(4, -7)$ | $(-9, 17)$ |
| (D) | (E) | (F) |
| $(x, y) = (\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$ | $(\frac{8}{3}, \frac{7}{3})$ | $(\frac{9}{2}, 2)$ |
| (G) | (H) | (I) |
| $-\frac{\sqrt{6}}{3}$ | $(6, -4)$ | $(8, -1)$ |
| (J) | (K) | (L) |
| -4122 | -4 | 104 |
| (M) | (N) | (O) |
| -10 | $L: x - y - 3 = 0$ | 17 |
| (P) | | |
| $(\frac{1}{2}, 1, 20, -1)$ | | |
| (Q) | (R) | (S) |
| $(x, y) = (1, 1)$ | 10 | $(1, 3, -2, 2)$ 或 $(2, 3, -1, 1)$ |

滿分以不超過 100 分為原則！