

台北市立成功高中 104 學年第一學期高三社會組 數學科期末考試題

一、多選題（每題 7 分，共 28 分）

說明：每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 7 分；答錯 1 個選項者，得 4 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

1. 坐標平面上，折線  $y = |x - 2|$  與下列哪些曲線相交於兩點？

- (1)  $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$       (2)  $y = (x-1)^3$       (3)  $y = 3^x$   
 (4)  $y = \log_{10}(x+1)$       (5)  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$

2. 對於函數  $f(x)$ ，於其定義域內若滿足  $f(-x) = f(x)$ ，則稱  $f(x)$  為偶函數，下列哪些是偶函數？

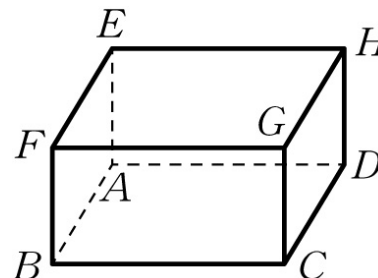
- (1)  $f(x) = x^4 - 4x^2 + 8$   
 (2)  $f(x) = \frac{-x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$   
 (3)  $f(x) = 3^x + \frac{1}{3^x}$   
 (4)  $f(x) = \log_2 |x^5|$   
 (5)  $f(x) = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$

3. 下列各選項的敘述，哪些正確？

- (1)  $k$  為複數，若  $x^2 - 3x + k = 0$  有一根  $3 + i$ ，則另一根為  $3 - i$   
 (2) 方程式  $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$  僅有一個正實根  
 (3) 已知  $x^2 - 3x - 5 = 0$  有一正根  $\gamma$ ，則  $x^4 - 3x^2 - 5 = 0$  必有一正根  $\sqrt{\gamma}$   
 (4) 方程式  $x^5 - 2015x + 104 = 0$  至少有 1 個正實根  
 (5) 方程式  $3^x - x + 3 = 0$  沒有實數解

4. 長方體  $ABCD-EFGH$  (如右圖)， $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{AD} = 3$ ， $\overline{AE} = 4$ ，下列選項哪些正確？

- (1)  $\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{AB}$   
 (2)  $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AG}$   
 (3)  $(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}) \perp \overrightarrow{GH}$   
 (4)  $\triangle BHE$  之重心在  $\overline{AG}$  上  
 (5) 點  $A$  到平面  $BDE$  的距離小於 1



二、填充題（每題 6 分，共 72 分）

說明：每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

1. 柯 P、小馬、老宋、朱朱、小蔡、阿建、阿如、柱姐 8 人排成一列，柯 P 不與小馬、小蔡相鄰的排法有多少種？\_\_\_\_\_

2. 下表為常用對數表  $\log_{10} N$  的一部分：

$N$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900

請問以上表可求得  $10^{3.03}$  (須用內插法) 之值為何？\_\_\_\_\_

3. 設  $a, b, p, q$  為實數， $f(x) = x^3 - x^2 + ax + b$ ，已知  $f(x) = 0$  有複數根  $2 + pi$  與  $q - i$ ，則序組  $(a, b) =$  \_\_\_\_\_。

4. 投擲一枚均勻的骰子 3 次，已知至少一次出現過 1 點，那麼第三次出現 6 點的機率為 \_\_\_\_\_

5. 對於兩個變數  $X, Y$  產生 8 組數據  $(x_i, y_i)$ ， $1 \leq i \leq 8$ ，已知  $\sum_{i=1}^8 x_i = 4$ ， $\sum_{i=1}^8 y_i = 0$ ， $\sum_{i=1}^8 x_i^2 = 740$ ，

$\sum_{i=1}^8 y_i^2 = 806$ ， $\sum_{i=1}^8 x_i y_i = 730$ ，今將數據標準化後產生新的兩個變數： $x' = \frac{x - \mu_x}{\sigma_x}$ ， $y' = \frac{y - \mu_y}{\sigma_y}$ ，

則  $y'$  對  $x'$  的迴歸直線方程式為  $y' = \frac{a}{\sqrt{738 \times 806}} x'$ ，則  $a =$  \_\_\_\_\_

6. 設  $a = \sqrt{103} - \sqrt{101}$ ， $b = \sqrt{105} - \sqrt{103}$ ， $c = \frac{\sqrt{105} - \sqrt{101}}{2}$ ，請寫出正確的  $a, b, c$  大小關係 \_\_\_\_\_。

7. 等差數列  $\langle a_n \rangle$ ： $a_1 = 5, a_4 = 2$ ；等差數列  $\langle b_n \rangle$ ： $b_1 = 1, b_3 = 5$ ，則級數  $\sum_{k=1}^{30} a_k b_k$  之值為何 \_\_\_\_\_

8. 設方程式  $x^3 - 104x + 2015 = 0$  的三個根為  $\alpha, \beta, \gamma$ ，則  $(2014 - 103\alpha + \alpha^3)(2014 - 103\beta + \beta^3)(2014 - 103\gamma + \gamma^3)$  之值為 \_\_\_\_\_

9. 坐標平面上，已知  $x + 2y \leq 21$ ， $3x - y \leq 7$ ， $5x + 2y \geq 19$ ，欲求  $mx + y$  的最大值，發現唯一出現在點  $(5, 8)$  處，則實數  $m$  的範圍為  $m >$  \_\_\_\_\_。(化為最簡分數)

10. 依衛生署公告之「食品器具容器包裝衛生標準」，塑膠類中 *DEHP* 塑化劑之溶出限量標準為 1.5 ppm 以下。*DEHP* 塑化劑檢測實驗室，可測定塑膠產品中之 *DEHP* 塑化劑成分，這種檢測對於塑膠產品含過量 *DEHP* 的正確率為 0.9，同樣的檢測對於塑膠產品中 *DEHP* 沒有過量的錯誤率為 0.05。假設一堆塑膠產品中有 5% 含有過量的 *DEHP*，從此堆塑膠產品中隨機任選一件產品做檢測，則若檢測出此項塑膠產品含過量 *DEHP*，而真正含過量 *DEHP* 的機率 \_\_\_\_\_ (化為最簡分數)

11. 設  $\triangle ABC$  中， $Q$  為  $\overline{BC}$  上一點， $\overline{AQ} = 24$ ， $P$  在  $\overline{AQ}$  上，且  $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{8}\overrightarrow{AC}$ ，則  $\overline{PQ}$  長 = \_\_\_\_\_

12. 設甲箱內有 2 紅球，乙箱內有 3 白球，今每次自各箱中隨機取一球交換，則在交換三次後，甲箱內有 1 紅 1 白球之機率為 \_\_\_\_\_。(化為最簡分數)

台北市立成功高中 104 學年第一學期高三社會組數學期末考答案卷

班級                  座號                  姓名

一、多選題（每題 7 分，共 28 分）

1	2	3	4
145	1234	2345	13

二、填充題（每題 6 分，共 72 分）

1	2	3	4
21600	1071.5	$(-7, 15)$ or $\left(-\frac{3}{4}, -\frac{5}{2}\right)$ 皆給分	$\frac{11}{91}$
5	6	7	8
730	$a > c > b$	-13045	-1912
9	10	11	12
$\frac{1}{2}$	$\frac{18}{37}$	9	$\frac{23}{36}$