

# 台北市立成功高中 104 學年度第一學期高一數學期末考試題卷

## 一、多重選擇題

(每題全對得 5 分，錯 1 個選項得 3 分，錯 2 個選項得 1 分，其餘 0 分，共 10 分)

1. 關於  $y = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) 的圖形，試問下列哪些選項正確？

- (A) 圖形必定通過點  $(1, 0)$   
(B) 圖形必和任一條鉛垂線交於一點  
(C) 圖形必和任一條水平線交於一點  
(D)  $\frac{a^{x_1} + a^{x_2}}{2} \geq a^{\frac{x_1 + x_2}{2}}$ ，其中  $x_1, x_2$  為任意實數

(E) 若  $x_1 > x_2$ ，則  $a^{x_1} > a^{x_2}$

2. 下列的常用對數，哪些選項與  $\log \frac{1}{125}$  的尾數相同？

- (A)  $\log \frac{1}{1250}$  (B)  $\log 1.25$  (C)  $\log 8$  (D)  $\log 0.008$  (E)  $\log \frac{1}{8}$

## 二、填充題(每格 6 分，共 78 分)

※參考數據： $\log 2 = 0.3010$ ， $\log 3 = 0.4771$ ， $\log 7 = 0.8451$

1. 試求下列各式的值：

(1)  $\log_2 \frac{1}{4} + \log_5 \sqrt{5} + \log_4 8 + 10^{\log 3} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2)  $\log_3 2 + \log_2 3 - (\log_3 6)(\log_2 6) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2.  $a = \log_2 \pi$ 、 $b = \log_3 \pi$ 、 $c = \log_{0.2} \pi$ 、 $d = \log_{0.3} \pi$ ，則  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  的大小關係為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 已知  $\log_2(\log_{0.7} x)$  有意義，則實數  $x$  的範圍為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 解方程式  $4(4^x + 4^{-x}) - 12 \cdot (2^x + 2^{-x}) + 13 = 0$ ，則  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 半導體產業中的“摩爾定律”為：「在一個半導體晶片上面電晶體元件的數目，每隔 18 個月就增加一倍。」依此規律預測，六年後一個半導體晶片上面電晶體元件的數目約是現在的  $\underline{\hspace{2cm}}$  倍。

6. 小弘將 10 萬元存入銀行，約定以年利率 1.2% 的複利，一個月為一期計息一次，則至少要經過  $\underline{\hspace{2cm}}$  個月以後，此存款的利息才會超過 1 萬元。

(參考數據  $\log 1.1 = 0.04139$ ， $\log 1.01 = 0.00432$ ， $\log 1.001 = 0.00043$ )

7. 假設在一個社群裡，當某訊息發布後， $t$  小時內聽到該訊息的人口是全社群人口的

$100(1 - 2^{-kt})\%$ ，其中  $k$  為大於 0 的常數。今該社群有某訊息在發布後 4 小時內已經有 64% 的人口聽到該訊息，請問再經過 2 個小時大約有  $\underline{\hspace{2cm}}\%$  的人口聽到該訊息。(空格內請填到小數點後第一位)

8. 參考所附之對數表，回答下列問題：

常用對數表  $y = \log_{10} x$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989

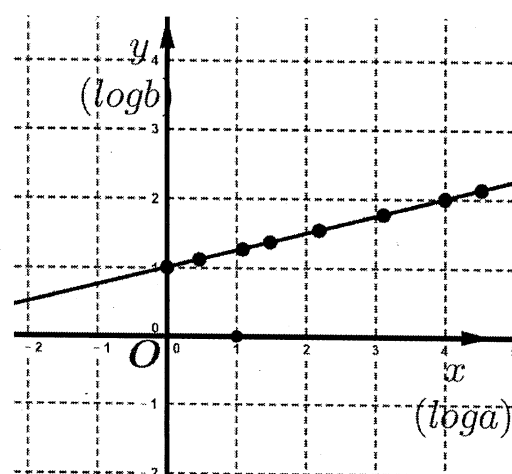
(1) 利用內插法求  $\log 1823$  的值为\_\_\_\_\_。(算到小數點後第五位再四捨五入到第四位)

(2) 求  $\sqrt[3]{5000}$  的近似值为\_\_\_\_\_。(算到小數點後第一位)

9. 阿愷在分析實驗數據時，為了研究控制變因  $a$  與應變變因  $b$  的關係，測得八組數據  $(a_1, b_1)$ 、 $(a_2, b_2)$ 、...、 $(a_8, b_8)$ ，但因看不出變因  $a$  與變因  $b$  的關係，因此他將  $\log a$  當作  $x$  坐標， $\log b$  當作  $y$  坐標，將  $(\log a_1, \log b_1)$ 、 $(\log a_2, \log b_2)$ 、...、 $(\log a_8, \log b_8)$  繪於實驗記錄本上

(如右圖所示)。阿愷發現此八個點恰在一直線上。請由此直線方程式推論，變因  $a$  與變因  $b$  的關係為  $b = k \times a^n$ ，此時數對

$(k, n) =$ \_\_\_\_\_。



10. 解對數不等式： $\log_{2-x}(9-8x) \geq \log_{2-x}(7x-5)$ ，則實數  $x$  的範圍為\_\_\_\_\_。

11. 若  $4^x + (a-7) \cdot 2^x + 9 = 0$  有兩個相異正根，則實數  $a$  的範圍為\_\_\_\_\_。

### 三、作圖題(每題 3 分，共 12 分)

$a > 0$ ，函數  $y = \log_a x$  之圖形如右，請在答案卷上畫出圖形，

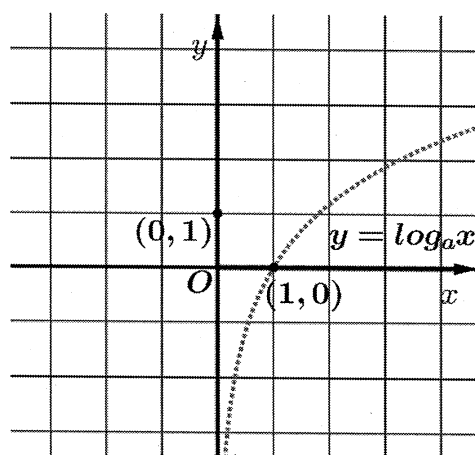
作圖時請注意對稱關係及漸近線。

(1) 虛線圖形為  $y = \log_a x$ ，請畫出  $y = \log_{\frac{1}{a}} x$  的函數圖形。

(2) 虛線圖形為  $y = \log_a x$ ，請畫出  $y = |\log_a x|$  的函數圖形。

(3) 虛線圖形為  $y = \log_a x$ ，請畫出  $y = a^x + 1$  的函數圖形。

(4) 虛線圖形為  $y = \log_a x$ ，請畫出  $y = \log_{\frac{1}{a}}(-x)$  的函數圖形。



台北市立成功高中 104 學年度第一學期高一數學期末考答案卷

班級 \_\_\_\_\_ 座號 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_

一、多重選擇題(每題全對得 5 分，錯 1 個選項得 3 分，錯 2 個選項得 1 分，其餘 0 分)

1.	2.

二、填充題(每格 6 分，共 78 分)

1.(1)	1.(2)	2.	3.
4.	5.	6.	7.
8.(1)	8.(2)	9.	10.
11.			

三、作圖題(每小題 3 分，共 12 分)

圖中虛線圖形為  $y = \log_a x$ ，請畫出各小題之函數圖形，作圖時請注意對稱關係及漸近線。

<p>(1) 畫出 <math>y = \log_{\frac{1}{a}} x</math> 的函數圖形。</p>	<p>(2) 畫出 <math>y =  \log_a x </math> 的函數圖形。</p>
<p>(3) 畫出 <math>y = a^x + 1</math> 的函數圖形。</p>	<p>(4) 畫出 <math>y = \log_{\frac{1}{a}}(-x)</math> 的函數圖形。</p>

台北市立成功高中 104 學年度第一學期高一數學期末考 **答案**

一、多重選擇題(每題全對得 5 分，錯 1 個選項得 3 分，錯 2 個選項得 1 分，其餘 0 分)

1.	2.
BD	ACD

二、填充題(每格 6 分，共 78 分)

1.(1)	1.(2)	2.	3.
3	-2	$a > b > c > d$	$0 < x < 1$
4.	5.	6.	7.
$\pm 1$	16	97	78.4
8.(1)	8.(2)	9.	10.
3.2608	17.1	$\left(10, \frac{1}{4}\right)$	$\frac{5}{7} < x \leq \frac{14}{15}$ or $1 < x < \frac{9}{8}$
11.			
$-3 < a < 1$			

三、作圖題(每題 3 分，共 12 分)

圖中虛線圖形為  $y = \log_a x$ ，請畫出各小題之函數圖形，作圖時請注意對稱關係及漸近線。

<p>(1) 畫出 <math>y = \log_{\frac{1}{a}} x</math> 的函數圖形。</p>	<p>(2) 畫出 <math>y =  \log_a x </math> 的函數圖形。</p>
<p>(3) 畫出 <math>y = a^x + 1</math> 的函數圖形。</p>	<p>(4) 畫出 <math>y = \log_{\frac{1}{a}}(-x)</math> 的函數圖形。</p>