

台北市立成功高中 104 學年度第一學期期中考試題卷
(高 - 第 2 次期中考)

一、多選題 (4 題 每題 8 分 共 32 分)

- () 1. 試問方程式 $(x-4)(x-6)(x-8)-(x-5)(x-7)(x-9)=0$ 在下列哪兩個正整數之間有實根?
(1) 4 與 5 之間 (2) 5 與 6 之間 (3) 6 與 7 之間 (4) 7 與 8 之間 (5) 8 與 9 之間.
- () 2. 已知 $f(x)$ 為一個實係數三次多項式, 其三次項係數為 1. 若不等式 $f(x) > -2$ 的解為 $0 < x < 1$ 或 $x > 1$, 則下列哪些 x 的值滿足不等式 $f(x) > 0$?
(1) $-\frac{3}{2}$ (2) $-\frac{1}{2}$ (3) 1 (4) $\frac{5}{2}$ (5) 3.
- () 3. 下列哪些不等式的解為 $-2 \leq x \leq 3$?
(1) $\frac{x-3}{x+2} \leq 0$
(2) $-4(x+2)(x-3) \geq 0$
(3) $(x+2)^2(x-3) \leq 0$
(4) $x^2(x+2)(x-3) \leq 0$
(5) $x(x+2)(x+1)^4 \leq 3(x+2)(x+1)^4$.
- () 4. 設 $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ 為 n 次實係數多項式, 下列選項何者正確?
(1) 若 $n=2$ 且 $f(1)f(2) > 0$, 則 $f(x)=0$ 在 1、2 之間沒有實根
(2) 若 $n=3$ 且 $f(1-i)=0$, 則 $f(3+2i) \neq 0$
(3) 若 $n=5$, 則方程式 $f(x)=0$ 至少有一個實根
(4) 若 a_0, a_1, \dots, a_n 均為正數, 則方程式 $f(x)=0$ 沒有正根
(5) 若 a_0, a_1, \dots, a_n 均為整數, 且 a 為 a_n 的因數, b 為 a_0 的因數, 則 $\frac{b}{a}$ 或 $-\frac{b}{a}$ 是方程式 $f(x)=0$ 的有理根.

二、填充題 (10 格 每格 6 分 共 60 分)

1. 多項式 $f(x) = x^3 + 3ax^2 + bx - 2$ 可被 $x-1$ 整除, 且以 $x-2$ 除 $f(x)$ 餘式為 2, 求實數 $a+b =$ _____。
2. 計算 $11^4 - 13 \times 11^3 + 25 \times 11^2 - 37 \times 11 + 56$ 的值為 _____。
3. 已知實係數方程式 $x^4 - 8x^3 + ax^2 - 26x - b = 0$ 有一根為 $1+i$, 求 a 值 _____。
4. 對任意實數 x , 二次實係數不等式 $(a-2)x^2 - ax + (a-2) < 0$ 恆成立, 則 a 的範圍為 _____。
5. 若 α, β 為 $x^2 + 7x + 9 = 0$ 之兩根, 則 $(\alpha^2 + 3\alpha + 9)(\beta^2 + 2\beta + 9)$ 的值為 _____。

6. 設 $f(x) = 81x^4 - 54x^3 - 63x^2 + 39x + 5 = a(3x-2)^4 + b(3x-2)^3 + c(3x-2)^2 + d(3x-2) + e$ ，則 $a+b+c+d+e =$ _____。
7. 設 $f(x)$ 為實係數二次多項式，滿足 $f(2013) = 4$ ， $f(2014) = 5$ ， $f(2015) = 8$ ，則 $f(2016) =$ _____。
8. 設 a, b 為正整數，若 $f(x) = x^5 - 2ax^4 + x^3 - bx^2 + x - 2$ 有整係數一次因式，求數對 (a, b) 為 _____。
9. 求出不等式 $0 < \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 5x + 4} < 1$ 的解為 _____。
10. 設 z 為一複數，若已知方程式 $x^3 - zx + (1-i) = 0$ 有一根為 $1+i$ 且有一實根 α ，求解該方程式除 $1+i$ 之外其他兩根為 _____。(解出一根得三分)

三、計算題 (8分)

已知 $f(x)$ 除以 $ax-b$ 的商式為 $q(x)$ ，餘式為 r ($r \neq 0$)，則若 $(x+1)f(x)$ 除以 $ax-b$ ，其商式、餘式為何？
(請完整寫出計算過程)。

成功高中104學年度數學期中考答案卷 (高-第2次期中考)

班級：____ 座號：____ 姓名：____

一、多選題(每題8分，每題答錯一個選項得4分，答錯兩個選項以上不計分)

1.	2.	3.	4.
----	----	----	----

二、填充題(每格6分)

1.	2.	3.	4.	5.
6.	7.	8.	9.	10.

三、計算題(8分)

已知 $f(x)$ 以 $ax-b$ 除之，其商式為 $q(x)$ ，餘式為 r ($r \neq 0$)，則若 $(x+1)f(x)$ 以 $ax-b$ 除之，其商式、餘式為何？

成功高中 104 學年度數學期中考答案卷 (高一)

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多選題(每題 8 分，每題答錯一個選項得 4 分，答錯兩個選項以上不計分)

1. 2, 4	2. 4, 5	3. 2, 4, 5	4. 2, 3, 4
---------	---------	------------	------------

二、填充題(每格 6 分)

1. 3	2. 12	3. 21	4. $a < \frac{4}{3}$	5. 180
6. 8	7. 13	8. (1, 2)	9. $\frac{1}{5} < x < 2$ or $x > 3$	10. -1, -λ (-根得 3 分)

三、計算題 (8 分)

(全對給分)

已知 $f(x)$ 以 $ax-b$ 除之，其商式為 $g(x)$ ，餘式為 r ($r \neq 0$)，則若 $(x+1)f(x)$ 以 $ax-b$ 除之，其商式、餘式為何？

$$f(x) = (ax-b)g(x) + r \quad (1 \text{ 分})$$

$$(x+1)f(x) = (x+1)(ax-b)g(x) + r(x+1) \quad (1 \text{ 分})$$

$$= (ax-b)[(x+1)g(x)] + \frac{r}{a}(ax-b) + \frac{b}{a}r + r \quad (2 \text{ 分})$$

(能知道 $r(x+1)$ 要用 $ax-b$ 再除這個動作就給 2 分)

$$\text{商式: } (x+1)g(x) + \frac{r}{a} \quad (2 \text{ 分})$$

$$\text{餘式: } (1 + \frac{b}{a})r \quad (2 \text{ 分})$$