

台北市立成功高中 104 上高二第一次期中考數學科試題

一、單選題，每題 4 分，共 8 分

() 1. 多項式 $f(x) = 8x^3 - 6x + 5$ 以 $x + \cos 20^\circ$ 除之，所得餘式為

- (A) 5 (B) 4 (C) $\frac{5}{2}$ (D) $3\cos 40^\circ$ (E) $\cos 20^\circ - 1$

() 2. 求 $\sin 210^\circ + \tan(-135^\circ) + \cos(-390^\circ) + \sin 1050^\circ$ 之值為

- (A) -1 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2} - 2$ (E) $\frac{1}{2}$

二、複選題，每題 5 分，共 15 分

() 1. 下列何者為 -30° 的同界角？

- (A) -210° (B) 330° (C) 510° (D) -2490° (E) $-30^\circ + 360^\circ \times n$, n 為整數

() 2. 已知 $\cos \theta = \frac{3}{5}$ ，下列何者正確？

- (A) $\sin \theta = \frac{4}{5}$ (B) $\sin 2\theta = \pm \frac{24}{25}$ (C) $\cos 2\theta = \pm \frac{7}{25}$

- (D) $\sin \frac{\theta}{2} = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$ (E) $\tan 2\theta = \frac{24}{7}$

() 3. $\triangle ABC$ 中，下列各式何者成立？

- (A) $\sin \frac{A+B}{2} = \cos \frac{C}{2}$ (B) $\sin(B+C) = \sin A$ (C) $\cos(C+A) = \cos B$

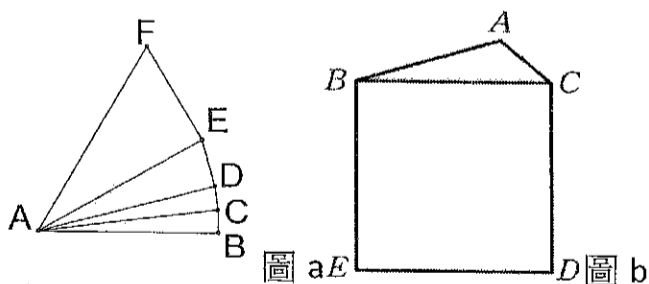
(D) 若 $\sin^2 A + \sin^2 B < \sin^2 C$ ，則 $\angle C < 90^\circ$

(E) 若 $\sin A : \sin B : \sin C = 3 : 5 : 7$ ，則 $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$

三、填充題，每格 6 分，共 66 分

1. 如圖 a: $\angle ABC = \angle ACD = \angle ADE = \angle AEF = 90^\circ$ 、

$\angle FAE = 30^\circ$, $\angle EAD = 15^\circ$, $\angle DAC = \angle CAB = 7.5^\circ$ 、若 $\overline{AF} = 16$ ，則線段 $\overline{BC} =$ _____

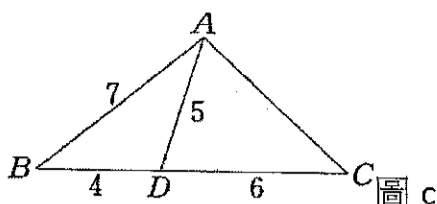


2. 設 $\cos(-190^\circ) = k$ ，將 $\tan 260^\circ$ 的值以 k 表示 _____

3. 平面上線段 $\overline{PQ} = 6$ ，平面上所有滿足 $\angle PAQ = 30^\circ$ 的 A 點所形成的圖形，其長度為 _____

4. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AC} = 2$ ， $\overline{BC} = 6$ ，BCDE 是正方形，如上圖 b，若知 $\triangle ABC$ 的面積為 4，則 \overline{AD} 長 = _____

5. 如圖 c, $\overline{AB} = 7$, $\overline{BD} = 4$, $\overline{AD} = 5$, $\overline{CD} = 6$, 則 $\overline{AC} =$ _____



6. 已知 $\begin{cases} \cos A + \cos B = \frac{1}{2} \\ \sin A - \sin B = \frac{1}{4} \end{cases}$, 則 $\cos(A+B)$ 的值为 _____。

7. $\triangle ABC$ 的三高 $h_a = 6$, $h_b = 3$, $h_c = 4$, 試求 $\sin A =$ _____。

8. $\triangle ABC$ 中, $\overline{AB} = \sqrt{6}$, $\overline{BC} = 2$, $\overline{CA} = \sqrt{3} + 1$, 求 $\angle A + \angle B =$ _____。

9. $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 25^\circ$, $\angle C = 20^\circ$, $\overline{BC} = 6$, 則 $\triangle ABC$ 之外接圓面積為 _____。

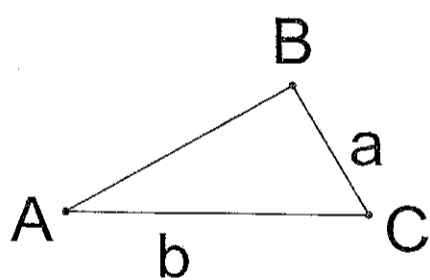
10. 國中學過 SSA 並不是三角形的全等條件; 若三角形 ABC 中, $\angle A = 30^\circ$, $\overline{AB} = 3$, $\overline{BC} = 2$, 則 $\overline{AC} =$ _____ (有兩解)

11. 若 $\sin \theta - \cos \theta = \frac{-1}{2}$, 則 $\sin 3\theta + \cos 3\theta =$ _____

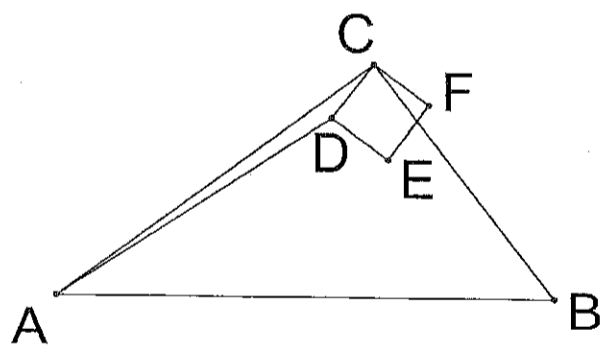
四、計算題, 第一小題 5 分、第二小題 6 分。均需有詳細過程, 只寫答案不予計分

- (1) 如圖(一), 三角形 ABC 中, 令 $\overline{AC} = b$, $\overline{BC} = a$, $\cos C = \frac{a}{b}$, 試證明三角形 ABC 為直角三角形

- (2) 如圖(二): 若 $\overline{AB} = 15$, $\overline{BC} = 9$, $\overline{AD} = 10$, $\cos B = \frac{3}{5}$, $\cos(\angle DAB) = \frac{5}{6}$, 則正方形 $CDEF$ 之面積為何?



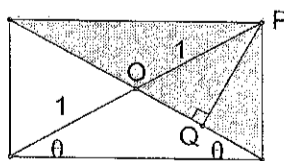
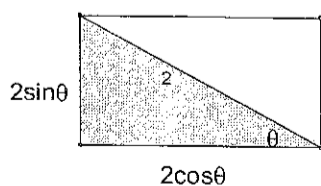
圖(一)



圖(二)

思考題: 答對沒有分, 答錯也不扣分: 下面兩圖形為同一個矩形,

請問 $\angle POQ =$ _____, $\overline{PQ} =$ _____ (均以 θ 表示)。你是否可以利用面積得到 $\sin 2\theta$ 的公式呢?



台北市立成功高中 104 上高二第一次期中考數學科答案卷

班級：_____ 姓名：_____ 座號：_____

一、單選題、每題 4 分

1 B	2 C
--------	--------

二、多選題、每題 5 分；全對得 5 分，錯一個選項得 3 分，錯兩個選項得 1 分，其餘不給分

1 BE	2 BD	3 ABE
---------	---------	----------

三、填充題、每題 5 分

1 $\sqrt{3}$	2 $\frac{k}{-\sqrt{1-k^2}}$	3 20π	4 $2\sqrt{14}$
5 7	6 $\frac{-27}{32}$	7 $\frac{\sqrt{15}}{8}$	8 120°
9 18π	10 $\frac{3\sqrt{3} \pm \sqrt{7}}{2}$	11 $\frac{5}{4}$	

四、計算證明題、第一小題 5 分，第二小題 6 分。需寫出詳細過程，否則不予計分

(1)

$$\overline{AB}^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \frac{a}{b} \quad (3\text{分})$$

$$= b^2 - a^2$$

由畢氏定理知，三角形 ABC 為直角三角形(2 分)

(2)

$$\cos(\angle ACD) = \cos(\angle BAD - \angle BAC) = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} + \frac{\sqrt{11}}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{20 + 3\sqrt{11}}{30} \quad (3\text{分})$$

$$\text{所求} = \overline{CD}^2 = 10^2 + 12^2 - 2 \cdot 10 \cdot 12 \cdot \frac{20 + 3\sqrt{11}}{30} = 84 - 24\sqrt{11} \quad (3\text{分})$$