

一、多選題(每題 5 分，共 10 分)

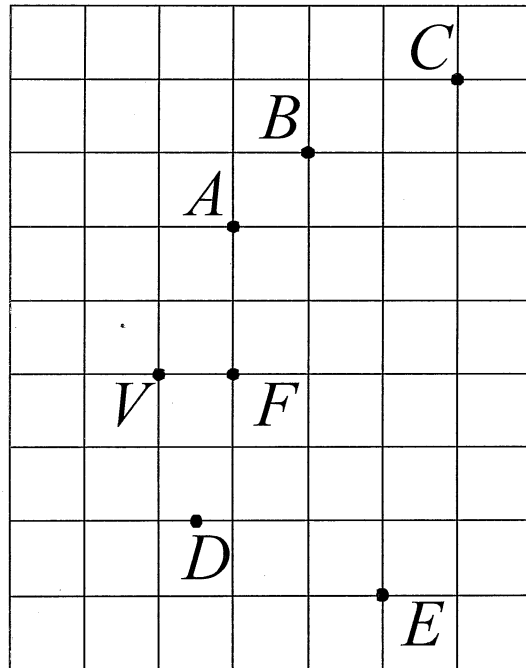
(每題 5 分，錯一個選項得 3 分，錯兩個選項得 1 分，錯三個選項以上或未作答得 0 分)

() 1. 下列敘述何者正確？

- (1) 方程式 $\sqrt{(x-4)^2 + y^2} + \sqrt{(x+4)^2 + y^2} = 8$ 的圖形為橢圓
- (2) $\Gamma: 4x^2 + 9y^2 = 36$ 之正焦弦長為 $\frac{8}{3}$
- (3) 等軸雙曲線的貫軸長與共軛軸長相等
- (4) 雙曲線的一支，其實就是一條完整的拋物線
- (5) 雙曲線的兩漸近線為其貫軸與共軛軸的交角平分線

() 2. 設 A, B 是兩個 2×2 的轉移矩陣下列哪些敘述是正確？

- (1) A^2 是轉移矩陣
- (2) AB 不是轉移矩陣
- (3) $\frac{1}{2}(A+B)$ 是轉移矩陣
- (4) $\frac{1}{4}(A^2 + B^2)$ 是轉移矩陣
- (5) $\frac{1}{3}(AB + A^2 + B^3)$ 是轉移矩陣



圖(一)

二、填充題(每格 5 分，共 90 分)

1. 如圖(一)，每個方格的邊長為 1，一拋物線的焦點為 F ，頂點為 V ，下列哪些點也在此拋物線上？_____ (A) _____ (全對才給分)

2. 設兩定點 $F_1(5, 0), F_2(-5, 0)$ ，求滿足 $|\overline{PF_1} - \overline{PF_2}| = 8$ 之平面上所有點 $P(x, y)$ 所成圖形軌跡方程式為 _____ (B) _____。

3. 求雙曲線 $\Gamma: 9x^2 - 16y^2 - 36x - 32y + 164 = 0$ 之漸進線方程式 _____ (C) _____ (兩解，請化簡為直線的一般式)。

4. 一行星繞太陽運行的軌跡為一個橢圓，若其遠日點到太陽的距離恰好為橢圓之短軸長 10 倍，則橢圓的短軸長是其近日點到太陽距離的多少倍？ _____ (D) _____。

5. 設 k 為實數，曲線 $\Gamma: \frac{x^2}{26-k} + \frac{y^2}{k-16} = 1$ 為焦點在 x 軸上橫橢圓，求 k 的範圍 _____ (E) _____。

6. 已知二階方陣 A 滿足 $A \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ ， $A \begin{bmatrix} 4 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$ 。求 $A =$ _____ (F) _____。

7. 求對稱軸與 y 軸平行，且通過 $(1,0), (2,2), (3,8)$ 三點的拋物線的焦點坐標 ____ (G) ____。
8. 一拋物線 $x^2 = 8y$ 上之焦點為 F ， P 為拋物線上一點且在第一象限，若 $\overline{PF} = 14$ ，求此時 P 點的坐標 ____ (H) ____。
9. 有甲、乙及丙三支大瓶子，開始時均裝有 8 公升的水，每一輪操作都是先將甲瓶的水倒出一半到乙瓶，再將乙瓶的水倒出一半到丙瓶，然後再將丙瓶的水倒出一半回甲瓶。
 (1) 寫出此倒水問題的轉移矩陣。 ____ (I) ____。
 (2) 求第二輪操作後，甲瓶子的水有多少公升? ____ (J) ____。
10. 橢圓的長軸平行於 y 軸，一短軸端點為 $(4, 4)$ ，一焦點為 $(7, 8)$ ，則橢圓之方程式為 ____ (K) ____。
11. 求與雙曲線 $\Gamma: \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 有公共焦點，且通過 $P(8, 3\sqrt{3})$ 的橢圓方程式 ____ (L) ____。
12. 坐標平面上拋物線 $\Gamma: y^2 = 16x$ ，其焦點為 F ，軸為 L 。今一光線自點 $P(10, 3)$ 出發，以平行 L 的方向射向拋物線 Γ ，並反射到焦點 F ，求此光線由 P 點到 F 點所行經的距離? ____ (M) ____。
13. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ ， $P = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ 且 $B = APA^{-1}$ ，求矩陣 $P^9 =$ ____ (N) ____。
14. 已知同時與圓 $C: x^2 + (y+3)^2 = 4$ 外切和直線 $L: x-4=0$ 相切的圓，其圓心軌跡方程式為何? ____ (O) ____。
15. 已知一雙曲線 Γ 的二漸近線為 $3x+4y=0, 3x-4y=0$ ，若 $(0, 15)$ 為 Γ 的焦點，試求 Γ 之方程式為 ____ (P) ____。
16. 設 $\overline{AB} = 4$ ， A 在 x 軸上移動， B 在 y 軸上移動， P 在 \overline{AB} 上且 $\overline{AP}:\overline{BP} = 3:1$ ，求動點 P 軌跡圖形的方程式 ____ (Q) ____。
17. 設 F_1, F_2 為橢圓 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的兩焦點，若 $P(x_0, y_0)$ 為橢圓上的一點， $y_0 > 0$ 且 $\angle F_1PF_2 = 60^\circ$ 則 y_0 的值為 ____ (R) ____。

台北市立成功高中 103 學年度第二學期 高二數學科社會組期末考試題卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、多選題(每題 5 分，共 10 分)

(每題 5 分；錯一個選項得 3 分，錯兩個選項得 1 分，錯三個選項以上或未作答得 0 分)

1. (2)(3)	2. (1)(3)(5)
-----------	--------------

二、填充題 (每格 5 分，共 90 分)

(A) A、C	(B) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$	(C) $3x + 4y - 2 = 0$ 或 $3x - 4y - 10 = 0$	(D) 40 倍
(E) $16 < k < 21$	(F) $\begin{bmatrix} 26 & -11 \\ -11 & 5 \end{bmatrix}$	(G) $(1, \frac{1}{8})$	(H) $(4\sqrt{6}, 12)$
(I) $\begin{bmatrix} \frac{5}{8} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$	(J) $\frac{95}{8}$	(K) $\frac{(x-7)^2}{9} + \frac{(y-4)^2}{25} = 1$	(L) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{75} = 1$
(M) 14	(N) $\begin{bmatrix} 1023 & 1022 \\ -511 & -510 \end{bmatrix}$	(O) $(y+3)^2 = -12(x-3)$	(P) $\frac{y^2}{81} - \frac{x^2}{144} = 1$
(Q) $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{9} = 1$	(R) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$	/	