

臺北市立成功高級中學 103 學年度第 2 學期 高三社會組 期末考 題目卷

試題說明：共 20 題，每題 5 分，滿分 100 分，請細心、用心作答。

1、箱子裡有 30 顆紅球，20 顆藍球。小明從箱子中隨機抽出 1 顆球，記錄球的顏色後放回。重複此動作五次，並依序記錄。試問五次抽球中，出現 3 次紅球、2 次藍球的機率為 _____ (A) _____

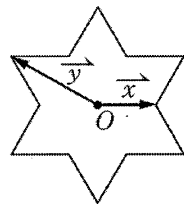
2、A, B, C 均為三階方陣，O 為三階零矩陣，則下列敘述哪些為真？(全對才給分)

(A) $AB = BA$ 恆成立 (B) $(AB)C = A(BC)$ (C) 若 $AB = O$ 則 $A = O$ 或 $B = O$

(D) $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$ (E) 若 A^{-1} 存在且 $AB = AC$ ，則 $B = C$ (F) 若 $A^2 = I$ 則 $A = I$ 或 $A = -I$

答：_____ (B) _____ (全對才給分)

3、將一圓的六個等分點分成兩組相間的三點，它們所構成的兩個正三角形扣除內部六條線段後可以形成一正六角星，如圖所示的正六角星是以原點 O 為中心，其中 \vec{x} , \vec{y} 分別為原點 O 到兩個頂點的向量。若將原點 O 到正六角星 12 個頂點的向量，都寫成為 $a\vec{x} + b\vec{y}$ 的形式，則 $2a - b$ 的最大值為



_____ (C) _____

4、一個「訊息」是由一串 5 個數字排列組成，且每位數字都只能是 0 或 1，例如 10010 與 01011 就是兩個不同的訊息。兩個訊息的「距離」定義為此兩組數字串相對應位置中，數字不同的位置數。例如，數字串 10010 與 01011 在第 1, 2 及 5 三個位置不同，所以訊息 10010 與 01011 的距離為 3。試問以下哪些選項是正確的？

(A) 與訊息 10010 相距最遠的訊息為 11101

(B) 任兩訊息之間的最大可能距離是 4

(C) 與訊息 10010 相距為 1 的訊息恰有 5 個

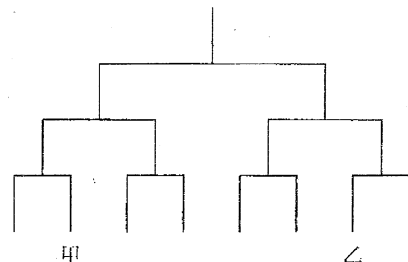
(D) 與訊息 10010 相距為 2 的訊息恰有 9 個

答：_____ (D) _____

5、作某項科學實驗共有三種可能結果 A、B、C，其發生的機率分別為 $p_A = \log_2 a$ 、 $p_B = \log_4 a$ 、

$p_C = \log_8 a$ ；其中 a 為一正實數。試問 p_B 為多少？ 答：_____ (E) _____

6、有 8 隊參加籃球比賽，賽程採單淘汰制，抽籤結果賽程如附圖：若各隊實力相當，兩隊比賽勝負完全靠運氣，請問甲、乙兩隊至少有一隊爭冠亞軍的機率是多少？ 答：_____ (F) _____



7、不透明箱中置有編號分別為 1、2、3、6、8 的球各一顆。同時自箱中隨機取出三顆球，則此三球編號之和大於 14 的機率為 _____ (G) _____

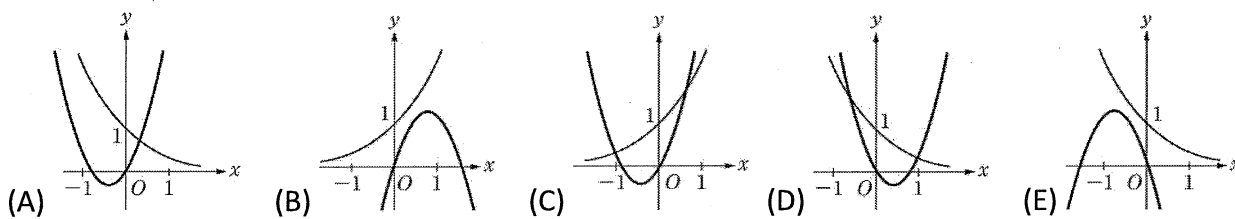
8、給定 5 組 (x, y) 數據如附表：

試求 y 對 x 的迴歸直線方程式為何？ 答：_____ (H) _____ (請以 $y = ax + b$ 表示)

x	11	12	10	9	8
y	8	9	10	11	12

9、方程式 $3^x + 2x - 1 = 0$ 有幾個實數解？ 答：_____ (I) _____

10、在下列圖形中，二次函數 $y = ax^2 + bx$ 與指數函數 $y = (\frac{b}{a})^x$ 之圖形可能是下列何者？



答：_____ (J) _____

11、若 $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x + 5}$ ， $1 \leq x \leq 4$ ，試求其值域為何？ 答：_____ (K) _____

12、下表為綜合所得稅計算公式，設綜合所得淨額收入為 x 元，全年應繳納稅額為 $f(x)$ 元，

請參考下表並選出正確的敘述：

綜合所得淨額	稅率	累進差額	全年應納稅額
500000元以下	5%—	0元	=全年應納稅額
500000元~1130000元	12%—	35000元	=全年應納稅額
1130000元~2260000元	20%—	125400元	=全年應納稅額
2260000元~4230000元	30%—	351400元	=全年應納稅額
4230000元以上	40%—	774400元	=全年應納稅額

(A) 小志綜合所得淨額為 100 萬，其應納稅額為 12 萬元

(B) 小雅綜合所得淨額為 40 萬，小虎綜合所得淨額為 60 萬，則小虎應納稅額比小雅多 17000 元。

(C) $f(x)$ 為遞增函數

(D) $f(x)$ 在 $1000000 \leq x \leq 2000000$ 為一連續函數

(E) 若將綜合所得淨額 50 萬至 113 萬之稅率調整為 10%，則其累進差額將由 35000 元調至 25000 元。

答：_____ (L) _____ (全對才給分)

13、若 $f(x) = 2x - 1$ ， $g(x) = (x + 2)^2$ ，試求 $(f \circ g)(3) + (g \circ f)(-2) =$ _____ (M) _____

14、試求 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^2 - 1|}{x - 1} =$ _____ (N) _____

15、試求 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(x \left[\frac{1}{x} \right] \right) =$ _____ (O) _____

16、 $f(x)$ 為一三次多項式，已知 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 6$ 、 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x)}{x+2} = -15$ ，試求 $f(x) =$ _____ (P)

17、下列各極限值 $a = \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x^2 - 3x + 2} + \frac{1}{x^2 - 5x + 6} \right)$ 、 $b = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3-x}{\sqrt{x+13}-4}$ 、 $c = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{[2x]}{[x-5]}$ ，試求 $a+b+c =$

答：_____ (Q)

18、若 $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2+3x+1}{x+1}, & x > -1 \\ 3x+a, & -1 \leq x \leq 3 \\ b, & 3 < x \end{cases}$ 在 \mathbb{R} 上是連續函數，則 (a,b) 為 _____ (R)

19、已知 $f(x) = x^4 - 3x^2 + 1$ 、 $g(x) = 2x^3 + 5x + k$ ，若在 0 與 1 之間至少有一實數 c 使得 $f(c) = g(c)$ ，試求 k 之範圍為 _____ (S)

20、數學填字遊戲，請將下列問題提示將答案寫在答案卷的填答格子中，一題 1 分。

- (1) 校歌歌詞第一句：○○○○○○○(七字)
- (2) 設 f 是 $[a,b]$ 上的連續函數，且 $f(a) \neq f(b)$ ，若 k 是任意一個介於 $f(a)$ 與 $f(b)$ 之間的實數，則在 (a,b) 內至少有一點 c ，使得 $f(c) = k$ ，稱為○○○○○(五字)
- (3) 高一入學新生暑假數學閱讀課外書單，黃色書皮。書名：○○○○(四字)
- (4) 函數 $f(x)$ ，應變數(量) $f(x)$ 所形成的集合 $\{f(x) | x \in A\}$ 稱為 $f(x)$ 的○○(兩字)
- (5) 數系中，可用一整數 a 和一非零整數 b 的比值代表的數，我們稱為○○○(三字)

