

臺北市立成功高中 103 學年度第二學期高二自然組數學科第一次期中考試試題卷

班級： 座號： 姓名：

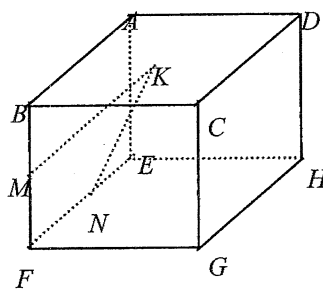
一、多重選擇題：(每題 8 分，共 24 分。每題全對得 8 分，每錯一個選項扣 3 分，扣完為止。)

1、在空間中，下列選項敘述哪些是正確的？

- (1) 任意兩相異平面必有公垂平面 (2) 恰有一平面通過已知相異三點  
 (3) 垂直同一平面的兩相異直線必互相平行 (4) 平行於同一平面的兩相異直線必互相平行  
 (5) 若兩直線  $\overrightarrow{AB}$  與  $\overrightarrow{CD}$  的關係為歪斜，則兩直線  $\overrightarrow{AC}$  與  $\overrightarrow{BD}$  的關係必為歪斜。

2、如圖所示，正立方體  $ABCD-EFGH$  的稜長等於 2 (即  $\overline{AB}=2$ )， $K$  為正方形  $ABCD$  的中心， $M$ 、 $N$  分別為線段  $BF$ 、 $EF$  的中點。試問下列哪些選項是正確的？

- (1)  $\overrightarrow{KM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$   
 (2)  $\overline{KM} = 3$   
 (3)  $\overrightarrow{KM} \cdot \overrightarrow{CD} = 2$   
 (4)  $\triangle KMN$  為一個直角三角形  
 (5)  $\triangle KMN$  的面積為  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ 。

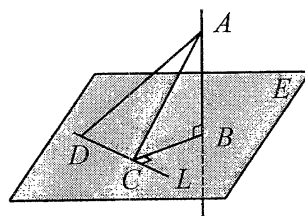


3、下列哪些選項中的行列式與行列式  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$  相等？

- (1)  $\begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 0 & a & b \\ 0 & c & d \end{vmatrix}$  (2)  $\begin{vmatrix} a & 0 & c \\ b & 0 & d \\ x & 1 & y \end{vmatrix}$  (3)  $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ a & c & 0 \\ b & d & 0 \end{vmatrix}$   
 (4)  $\begin{vmatrix} a & x & b \\ 0 & 1 & 0 \\ c & y & d \end{vmatrix}$  (5)  $\begin{vmatrix} 0 & a & b \\ 1 & x & y \\ 0 & c & d \end{vmatrix}$

二、填充題：(每題 6 分，共 60 分。答案全對才給分)

1、設直線  $\overrightarrow{AB}$  垂直平面  $E$  於  $B$  點且  $L$  是平面  $E$  上一條直線， $D$  是  $L$  上一點，如下圖所示。若直線  $\overrightarrow{BC}$  垂直  $L$  於  $C$  點，且  $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{BC} = \overline{DC} = 1$ ，則  $\overline{AD}$  的長度為\_\_\_\_\_。



2、兩點  $A(-2,2,16)$ 、 $B(8,12,-4)$ ， $P$  是  $\overrightarrow{AB}$  直線的點且  $\overline{PA} : \overline{PB} = 3 : 2$ 。求可能的  $P$  點坐標為\_\_\_\_\_。

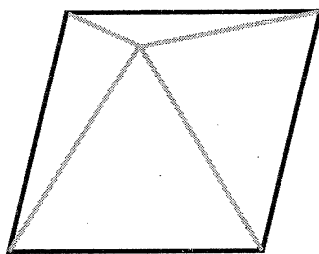
3、已知  $\vec{a} = (1,2,-1)$ 、 $\vec{b} = (3,x+5,2y+3)$ 、 $\vec{c} = (2z,5,3x-y)$ ，若  $\vec{a} \parallel \vec{b}$  且  $\vec{b} \perp \vec{c}$ 。求有序數組  $(x,y,z) =$ \_\_\_\_\_。

4、已知三向量  $\vec{a} = (2,1,-1)$ 、 $\vec{b} = (2,k,-1)$ 、 $\vec{c} = (-1,1,3)$  所張出之平行六面體的體積為 15，則  $k$  的值為\_\_\_\_\_。

5、已知三向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  所張出之平行六面體的體積為 7，求  $2\vec{a} - 6\vec{b}$ 、 $3\vec{b} + 4\vec{c}$ 、 $3\vec{c}$  三向量所張出之平行六面體的體積為\_\_\_\_\_。

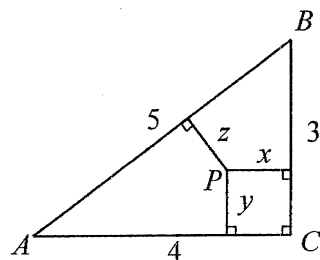
6、空間中，以  $\overline{AB}$  為共同邊的兩正方形  $ABCD$ 、 $ABEF$ ，其邊長皆為 6。已知內積  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AF} = 13$ ，則  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AE} =$ \_\_\_\_\_。

- 7、已知  $\vec{a} = (4, -1, 3)$ 、 $\vec{b} = (-2, 1, -2)$ ，若  $\vec{n} \perp \vec{a}$ 、 $\vec{n} \perp \vec{b}$  且  $|\vec{n}| = 9$ 。則  $\vec{n} =$ \_\_\_\_\_。
- 8、三點  $A(-1, 1, 1)$ 、 $B(3, 6, 3)$ 、 $C(0, 3, 3)$ ，若  $B$  在直線  $\overrightarrow{AC}$  的投影點為  $D$ ， $D$  點坐標為\_\_\_\_\_。
- 9、設  $a$ 、 $b$ 、 $c$  為實數且  $a+b+c=4$ 。當  $a^2+2a+b^2-4b+c^2+1$  之值最小時，則有序數組  $(a, b, c) =$ \_\_\_\_\_。
- 10、在空間中，一個斜面的「坡度」定義為斜面與水平面夾角  $\theta$  的正切值  $\tan \theta$ 。若一金字塔（底部為一正方形，四個斜面為等腰三角形）的每一個斜面的坡度皆為  $\frac{3}{5}$ ，如圖。則相鄰斜面的夾角的餘弦函數的絕對值為\_\_\_\_\_。（化為最簡分數）



三、計算題：（每題 8 分，每小題 4 分，共 16 分。要有合理的計算過程才給分。）

- 1、已知直角  $\triangle ABC$  的三邊長分別為 3、4、5， $P$  為  $\triangle ABC$  內部一點。設點  $P$  到三邊的最短距離分別為  $x$ 、 $y$ 、 $z$ ，如下圖所示。求（1） $6x+8y+10z$  的值？（4 分）（2） $x^2+4y^2+z^2$  的最小值？（4 分）



- 2、（1）求多項式  $f(x) = \begin{vmatrix} x & 3 & 4 \\ 3 & x & 4 \\ 3 & 4 & x \end{vmatrix} = 0$  的解？（4 分）（2）求以  $A(1, 0, -1)$ 、 $B(6, 3, 3)$ 、 $C(4, 5, 3)$ 、 $D(4, 4, 4)$  四個點為頂點的四面體體積？（4 分）

臺北市立成功高中 103 學年度第二學期高二自然組數學科第一次期中考參考答案

一、多重選擇題：(每題 8 分，共 24 分。每題全對得 8 分，每錯一個選項扣 3 分，扣完為止。)

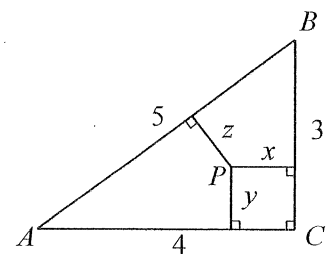
1、 135	2、 145	3、 134
--------	--------	--------

二、填充題：(每題 6 分，共 60 分。每題答案全對才給分)

1、 $\sqrt{6}$	2、 (4,8,4)或(28,32,-44)	3、 (1,-3,-2)	4、 -2 或 4
5、 126	6、 49	7、 (-3,6,6)或(3,-6,-6)	8、 (1,5,5)
9、 (0,3,1)	10、 $\frac{25}{34}$		

三、計算題：(每題 8 分，每小題各 4 分，共 16 分。要有合理的計算過程才給分。)

1、已知直角 $\triangle ABC$ 的三邊長分別為 3、4、5， $P$ 為 $\triangle ABC$ 內部一點。設點 $P$ 到三邊的最短距離分別為 $x$ 、 $y$ 、 $z$ ，如下圖所示。求(1)  $6x + 8y + 10z$  的值？(4分) (2)  $x^2 + 4y^2 + z^2$  的最小值？(4分)



Ans : (1)  $6x + 8y + 10z = 24$

(2)  $x^2 + 4y^2 + z^2 = \frac{72}{19}$

過程請老師們自行斟酌給分。

2、(1) 求多項式  $f(x) = \begin{vmatrix} x & 3 & 4 \\ 3 & x & 4 \\ 3 & 4 & x \end{vmatrix} = 0$  的解？(4分) (2) 求以  $A(1,0,-1)$ 、 $B(6,3,3)$ 、 $C(4,5,3)$ 、 $D(4,4,4)$  四個點為頂點的四面體體積？(4分)

Ans : (1) -7、3 或 4

(2) 4

過程請老師們自行斟酌給分。