

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、填充題：(A、B 每格 6 分，錯一個扣三分；C~Q 每格 5 分，全對給分)

1. 設 $a > 0$ ， $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7a^n + 5}{3a^n - 1}$ 的值可能為 (A)。

2. 下列無窮級數何者會收斂？ (B)

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5}$ (B) $\sum_{n=1}^{\infty} (-0.3)^n$ (C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n}}{4^{n+1}}$
(D) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2}$ (E) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^{n+2}}{5^n}$ (F) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$

3. 試求下列各值：

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3}{(1.01)^n + (0.01)^n} =$ (C) ；

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3^{n-1}}{6 - 3^{n-2}} =$ (D) ；

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{(2n-5)^3} =$ (E) ；

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n+5}}{\sqrt{2n+3} - \sqrt{2n+1}} =$ (F) ；

(5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{3n^2+1} + \frac{n}{3n^2+2} + \frac{n}{3n^2+3} + \dots + \frac{n}{3n^2+2n} =$ (G) ；

(6) $\frac{1}{12} + \frac{7}{12^2} + \frac{25}{12^3} + \dots + \frac{3^n - 2}{12^n} + \dots =$ (H) 。

4. 若無窮數列 $\langle \frac{2}{(2x+1)^n} \rangle$ 收斂，則 x 的範圍為 (I)。

5. 若無窮級數 $\sum_{n=1}^{\infty} (1+5x)^n = \frac{4x}{5}$ ，則 x 的值為 (J)。

6. 若無窮等比級數的和為 $1.3\bar{6}$ ，公比為 $0.2\bar{3}$ ，則此級數的首項為 (K)。

7. 民調公司對明年立委選舉做支持度調查，並發表推論如下：

“在 95% 信心水準下，甲候選人支持度的信賴區間為 $[0.54, 0.58]$ ”。

則在此次抽樣調查中，成功訪問戶籍所在地之合格選民的人數為 (L) 人。

8. 甲、乙輪流擲一個不公正骰子一次，約定擲出 k 點，甲、乙分別可得獎金 k 元、 $(16-3k)$ 元，

若甲所得獎金之期望值為 $\frac{13}{4}$ 元，則乙所得之期望值為 (M) 元。

9. 一袋中有 2 顆紅球和 3 顆黑球，從袋中隨機取球，每次取一球，取後不放回，共取 3 次，令隨機變數 X 代表取出黑球的個數，則
- (1) $P(X=2)$ 之值為 (N)； (2) $Var(X)$ 之值為 (O)。
10. 丟一個不均勻銅板 5 次，已知此銅板出現正、反面機率之比為 1:2，則至少出現 3 次正面的機率為 (P)。
11. 一箱中有 5 顆白球和 4 顆紅球，每次從箱中隨機取出三球，取後放回，共取 5 次，令隨機變數 X 代表取出三球均為紅球的次數，則 X 的標準差為 (Q)。

二、計算題：

1. 邊長為 10 的正三角形 ABC ，圓 S_1 為 $\triangle ABC$ 的內切圓且圓周長為 L_1 ，圓 S_2 與圓 S_1 、 \overline{BC} 、 \overline{BA} 均相切且圓周長為 L_2 ，……，圓 S_k 與圓 S_{k-1} 、 \overline{BC} 、 \overline{BA} 均相切且圓周長為 L_k ，……。
- 試求：(1) L_1 的值 (3 分)； (2) 圓周長總和 $\sum_{n=1}^{\infty} L_n$ (4 分)。

2. 試舉出滿足下列各小題之條件的數列：

(3 分)(1) $\langle a_n \rangle$ 、 $\langle b_n \rangle$ 發散，但 $\langle a_n b_n \rangle$ 收斂。

(3 分)(2) $\langle a_n \rangle$ 、 $\langle b_n \rangle$ 收斂，但 $\langle \frac{b_n}{a_n} \rangle$ 發散。

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、填充題：(A、B 每格 6 分，錯一個扣三分；C~Q 每格 5 分，全對給分)

(A) $-5, \frac{7}{3}, 6$	(B) B, E, F
-----------------------------	----------------

(C) 0	(D) -3	(E) $\frac{1}{24}$	(F) $\frac{-3\sqrt{2}}{2}$	(G) $\frac{2}{3}$
(H) $\frac{5}{33}$	(I) $x \geq 0, \text{ or } x < -1$	(J) $\frac{-1}{4}$	(K) $\frac{23}{22}$	(L) 2464
(M) $\frac{25}{4}$	(N) $\frac{3}{5}$	(O) $\frac{9}{25}$	(P) $\frac{17}{81}$	(Q) $\frac{10}{21}$

二、計算題：

1. (1) $\frac{10\sqrt{3}\pi}{3}$ (2) $5\sqrt{3}\pi$

2.