臺北市立成功高級中學103學年度第一學期高二數學科期末考試題卷

※請將答案填入答案格內。

一、多選題(每題5分，共25分；錯一個選項得3分，錯兩個選項得1分，錯兩個選項以上得0分)

1. 關於直線$L:\begin{cases}x=1+2t\\y=4-3t\end{cases},t\in\mathbb{R}$，下列選項何者正確？

   (A) $(2,-3)$是L的一個方向向量　(B) L通過點$(7,-5)$　(C) L的斜率為$\dfrac{3}{2}$　(D) L的方程式為$3x+2y-11=0$

   (E) L與直線$L':\begin{cases}x=3+2t\\y=1-3t\end{cases},t\in\mathbb{R}$是同一條直線。

2. 設$\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$、$\overrightarrow{c}$皆為平面上非零向量，則下列敘述何者正確？

   (A) $|\overrightarrow{a}|-|\overrightarrow{b}|\le|\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|$　(B) $|\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}|=|\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}|\Rightarrow\overrightarrow{a}//\overrightarrow{b}$　(C) $|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|=|\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|\Rightarrow\overrightarrow{a}\perp\overrightarrow{b}$

   (D) $\overrightarrow{a}//\overrightarrow{b}$且$\overrightarrow{b}//\overrightarrow{c}\Rightarrow\overrightarrow{a}//\overrightarrow{c}$　(E) $(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b})//(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})\Rightarrow\overrightarrow{a}//\overrightarrow{b}$。

3. ΔABC中，$\overline{AB}=3$，$\overline{BC}=5$，$\overline{CA}=4$；設I、O、G、H分別為ΔABC的內心（三內角平分線交點）、外心（三中垂線交點）、重心（三中線交點）、垂心（三高交點）。下列哪些選項是正確的？

   (A) $\overrightarrow{AI}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AC}$　(B) $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AC}=8$　(C) $\overrightarrow{AO}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$　(D) $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$　(E) $\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BC}=0$。

4. 下列哪些二階行列式經過化簡後會與$\begin{vmatrix}a&b\\c&d\end{vmatrix}$相等？

   (A) $\begin{vmatrix}a&2b\\c&\frac{d}{2}\end{vmatrix}$　(B) $\begin{vmatrix}2a&2b\\\frac{c}{2}&\frac{d}{2}\end{vmatrix}$　(C) $\begin{vmatrix}-2a&-\frac{b}{3}\\-3c&-\frac{d}{2}\end{vmatrix}$　(D) $\begin{vmatrix}a+b&a\\c+d&c\end{vmatrix}$　(E) $\begin{vmatrix}a-b&a+b\\c-d&c+d\end{vmatrix}$。

5. 設方程組$\begin{cases}kx+3y=k+1\\x+(k-2)y=0\end{cases}$，則下列選項哪一些正確？

   (A) $\Delta=(k-3)(k+1)$　(B) $\Delta_y=(k-2)(k+1)$　(C) 當$k=-1$時，此方程組的解$(x,y)=(3t,t),t\in\mathbb{R}$。

   (D) 當$k=3$時，此方程組無解　(E) 當$k\ne-1$且$k\ne3$時，此方程組恰有一解$(x,y)=(\dfrac{1}{k-3},\dfrac{k-2}{k-3})$。

二、填充題(每格5分，共75分)

1. 平面上線段AB的參數式為$\begin{cases}x=2-t\\y=3+t\end{cases}$，$-1\le t\le3$。若$O$為原點、$P$點在$\overline{AB}$上。求$|\overrightarrow{OP}|^2$最小值為___(A)___。

2. 設$|\overrightarrow{a}|=\sqrt{3}$、$|\overrightarrow{b}|=2$且$|\overrightarrow{a}-2\overrightarrow{b}|=\sqrt{31}$，試求$\overrightarrow{a}$與$\overrightarrow{b}$的夾角為___(B)___。

3. 已知$\overrightarrow{a}=(-1,3)$、$\overrightarrow{b}=(2,-1)$，設兩向量$(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b})$與$(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})$的夾角為$\theta$，則$\sin\theta=$___(C)___。

4. ΔABC 中，自 A 作 $\overline{BC}$ 之垂線，其垂足為 D，已知 $\overline{AB}=3$，$\overline{AC}=2$，$\angle BAC=60^\circ$，若 $\overrightarrow{AD}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，則 $(x,y)=$____(D)____。

5. G 為 ΔABC 的重心，已知 $\overline{GA}=3$，$\overline{GB}=5$，$\overline{GC}=7$，求 $\overrightarrow{GA}\cdot\overrightarrow{GB}=$____(E)____。

6. 等腰梯形 $ABCD$，其中 $\overline{AB}\,//\,\overline{CD}$、$\overline{AB}=2$，$\overline{AD}=5$，$\overline{CD}=8$，求 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=$____(F)____。

7. 正方形 $ABCD$，其中 $\overline{AB}$ 在直線 $3x-4y+4=0$ 上，C 點在第一象限，D 點坐標為 $(1,8)$，試求 C 點坐標為____(G)____。

8. 求平行線 $L_1:3x+4y+1=0$ 與 $L_2:6x+8y-3=0$ 的距離為____(H)____。

9. 求過原點且與另一直線 $L:y=-2x+1$ 的交角為 45° 的直線方程式為____(I)____。(兩解，全對才給分。)

10. 已知兩直線 $L_1:3x+4y-4=0$ 與 $L_2:5x+12y-12=0$，試求其鈍夾角之角平分線方程式為____(J)____。

11. 已知坐標平面上一圓方程式為 $x^2+y^2=25$，且 $O(0,0)$、$A(-3,4)$。若 $P(x,y)$ 為圓上一點，試求：(1) $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP}$ 的最大值為____(K)____ (2)此時數對 $(x,y)=$____(L)____。

12. 在 ΔABC 中，$\overline{AB}=3$，$\overline{AC}=2$，$\angle BAC=60^\circ$，P 為 $\overline{BC}$ 之中點，$\overline{PQ}$ 垂直 $\overline{AB}$ 於 Q，若 $\overrightarrow{AQ}=k\overrightarrow{AB}$，則 $k=$____(M)____。

13. 試求將 $A(2,1)$、$B(5,3)$、$C(3,-1)$、$D(5,-5)$、$E(-1,-8)$ 五點以線段依序連接，最後再連接回 A 點所形成的封閉區域面積為____(N)____。

14. 若 x,y 之聯立方程組 $\begin{cases}\dfrac{1}{kx+y-1}+\dfrac{1}{x+ky+1}=0\\ \dfrac{3}{kx+y-1}-\dfrac{2}{x+ky+1}=-5\end{cases}$ 有無限多組解，求 $k=$____(O)____。(兩解，全對才給分。)

臺北市立成功高級中學 103 學年度第一學期高二數學科期末考答案卷

班級________ 座號________ 姓名__________________ 得分__________

一、多選題(每題 5 分，共 25 分；錯一個選項得 3 分，錯兩個選項得 1 分，錯兩個選項以上得 0 分)

1.	2.	3.	4.	5.
ABDE	ABCDE	ABCDE	BC	ACD

二、填充題(每格 5 分，共 75 分)

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
$\frac{25}{2}$	$150°$	$\frac{2}{\sqrt{5}}$	$(\frac{1}{7},\frac{6}{7})$	$\frac{15}{2}$
(F)	(G)	(H)	(I)	(J)
-9	$(5,11)$	$\frac{1}{2}$	$x+3y=0$ 或 $3x-y=0$ (兩解，全對才給分)	$7x-4y+4=0$
(K)	(L)	(M)	(N)	(O)
25	$(-3,4)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{53}{2}$	±1 (兩解，全對才給分)