

臺北市立成功高級中學第 103 學年度高三上學期數學科期末考試題

填充題：答對前 10 格，每格 7 分；10 格以上者，每格 5 分。

1、已知  $a, b$  為無理數， $c$  為有理數，則下列敘述何者正確？(A)。(全對才給分)

- (1)  $a \times b$  必為無理數 (2) 若  $a^2$  亦為無理數，則  $a^3$  必為無理數 (3) 若  $b^3$  亦為有理數，則  $b^5$  必為有理數 (4)  $b+c$  必為無理數 (5)  $a+b$  與  $a \times b$  至少有一個為無理數

2、設  $f(x) = 6x^4 - ax^3 + bx^2 - cx + 15$ ，其中  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ ，則下列何者必不可能是  $f(x)$  的因式(B)。(全對才給分)

- (1)  $4x-5$  (2)  $x+3$  (3)  $4x-10$  (4)  $2x+9$  (5)  $2x-10$

3、設  $x > 0$ ， $y > 0$  且  $x+3y=8$ ，則  $\log_4 x + 3\log_4 y$  的最大值為(C)。

4、若有一數列  $\{a_n\}$  滿足  $a_1 = \frac{3}{11}$ ，且  $a_{n+1} = \frac{11}{3}a_n(1-a_n)$ ， $n \geq 1$ ，則  $a_{2015} - a_{2014}$  之值為(D)。

5、六件不同物品分給甲、乙、丙三人，每人至少得 1 件的方法數有(E) 個。

6、袋中有  $n$  顆一樣的球，分別標上  $1, 2, 3, \dots, n$ ，今由袋中每次取一球，取後放回，共取二次，則第二次球上的數字比第一次球上數字大的機率為(F)。(以  $n$  表示)

7、設甲、乙兩人投籃命中率分別為  $\frac{2}{3}$ ， $\frac{3}{4}$ ，今兩人各投一球，且兩人投籃互不影響的情況下；已知進一球，且是由甲投入的機率為(G)。

8、小 P 某次段考部分科目成績與全班平均分數以及標準差如下表：

科目	國文	英文	數學	歷史	地理
小 P 成績	80	84	83	64	76
全班平均	75	72	68	58	60
標準差	5	6	10	8	10

請問小 P 各科成績相對於班上其他同學的表現，他那一科表現最差(H)。

9、坐標平面上，已知  $A(2,3)$ ， $B(-1,0)$ ， $C(3,2)$ ，則  $\triangle ABC$  中， $\angle A$  的內角平分線交  $\overline{BC}$  於  $D$ ，則  $D$  點坐標為(I)。

10、 $\Delta ABC$  中，若  $D$  在  $\overline{BC}$  邊上，且  $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{BD} = 7$ ， $\overline{AC} = 13$ ，則  $\overline{CD} =$  \_\_\_\_\_ (J)。

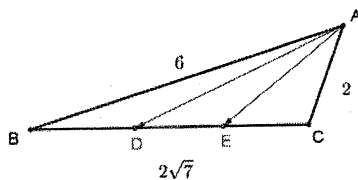
11、若二階方陣  $X$  滿足： $3\begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 2 & -11 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ -7 & 9 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 6 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ，則  $X =$  \_\_\_\_\_ (K)。

12、坐標平面上，已知  $A(4,1)$ ， $B(1,2)$ ， $C(-3,0)$ ，則  $\Delta ABC$  的外接圓方程式為 \_\_\_\_\_ (L)。

13、坐標平面上，已知橢圓  $\gamma_1: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ ，雙曲線  $\gamma_2: \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{12} = 1$  有共同焦點  $F_1, F_2$ ，而  $P$  為  $\gamma_1$  與  $\gamma_2$  的一個交點，則  $\overline{PF_1} \times \overline{PF_2} =$  \_\_\_\_\_ (M)。

14、空間中有  $A(-2,3,-3)$ ， $B(-1,5,-5)$ ， $C(2,-2,0)$ ， $D(-1,2,1)$  四個點，則  $C$  點投影到直線  $\overline{AB}$  的點坐標為 \_\_\_\_\_ (N)，直線  $\overline{AB}$  與直線  $\overline{CD}$  的距離為 \_\_\_\_\_ (O)。

15、如圖：已知  $\Delta ABC$ ， $\overline{AC} = 2$ ， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 2\sqrt{7}$ ， $D, E$  分別為  $\overline{BC}$  的三等分點，則  $\overline{AD} \cdot \overline{AE}$  值為 \_\_\_\_\_ (P)。



祝福成功高三學子

期末考順利

學測 75 級分

臺北市立  
成功高級中學 103 學年度上學期 高三數學科期末考試答案卷

班級\_\_\_\_\_座號\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_

一、填充題：答對格數前 10 格，每格 7 分；10 格以上者，每格 5 分。

(A)	(B)	(C)	(D)
4	1, 4	2	0
(E)	(F)	(G)	(H)
540	$\frac{n-1}{2n}$	$\frac{2}{5}$	歷史
(I)	(J)	(K)	(L)
$(2, \frac{3}{2})$	8	$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$	$(x-1)^2 + (y+3)^2 = 25$
(M)	(N)	(O)	(P)
21	$(-\frac{10}{3}, \frac{1}{3}, \frac{-1}{3})$	3	$\frac{110}{9}$