

台北市立成功高中 103 學年度第一學期高三社會組數學科期末考考題

※ 共二十格，每格五分，完全答對才給分。

一、多重選擇題 (每題可能有一個或多個答案)

1. (1) 某疾病可分為兩種類型：第一類占 60%，可藉由藥物 A 治療，其每一次療程的成功率為 70%，且每一次療程的成功與否互相獨立；其餘為第二類，藥物 A 治療方式完全無效。在不知道患者所患此疾病的類型，且用藥物 A 第一次療程失敗的情況下，進行第二次療程成功的條件機率最接近下列哪一個選項？

(1) 0.45 (2) 0.4 (3) 0.35 (4) 0.3 (5) 0.25

2. (2) 設 $f(x)$ 為實係數二次多項式，且已知 $f(1) < 0$ 、 $f(2) > 0$ 、 $f(3) < 0$ 。

令 $g(x) = f(x) + (2-x)(x-3)$ ，請選出正確的選項。

- (1) $y = f(x)$ 的圖形是開口向下的拋物線
 (2) $y = g(x)$ 的圖形是開口向下的拋物線
 (3) $g(1) > f(1)$
 (4) $g(x) = 0$ 在 1 與 2 之間恰有一個實根
 (5) 若 α 為 $f(x) = 0$ 的最大實根，則 $g(\alpha) > 0$

3. (3) 已知以下各選項資料的迴歸直線 (最適合直線) 皆相同且皆為負相關，請選出相關係數最大的選項。

(1)

x	2	3	5
y	1	13	1

 (2)

x	2	3	5
y	3	10	2

 (3)

x	2	3	5
y	5	7	3

(4)

x	2	3	5
y	9	1	5

 (5)

x	2	3	5
y	7	4	4

4. (4) 坐標平面上考慮兩點 $Q_1(1, 0)$ 、 $Q_2(-1, 0)$ 。在下列各方程式的圖形中，請選出其上至少有一點 P 滿足內積 $\overrightarrow{PQ_1} \cdot \overrightarrow{PQ_2} < 0$ 的選項。

(1) $4x^2 + y^2 = 1$ (2) $-x^2 + 2y^2 = 1$ (3) $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = 1$

(4) $y = \frac{1}{2}$ (5) $y = x^2 + 1$

5. (5) 下表為常用對數表 $\log_{10} N$ 的一部分：

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900

請問 $10^{3.036}$ 最接近下列哪一個選項？

- (1) 101 (2) 201 (3) 1090
(4) 1076 (5) 2012

6. (6) (承上表)在密閉的實驗室中，開始時有某種細菌 1 千隻，並且以每小時增加 13% 的速率繁殖。如果依此速率持續繁殖，則 100 小時後細菌的數量最接近下列哪一個選項？

- (1) 14 千隻 (2) 140 千隻 (3) 220000 千隻 (4) 204000 千隻 (5) 20400 千隻

7. (7) 設 $f(x) = x^4 - 5x^3 + x^2 + ax + b$ 為實係數多項式，且知 $f(i) = 0$ (其中 $i^2 = -1$)。請問下列哪些選項不是多項式方程式 $f(x) = 0$ 的根？

- (1) 1 (2) $-i$ (3) 0 (4) -5 (5) 5

8. (8) 在坐標平面上，廣義角 θ 的頂點為原點 O ，始邊為 x 軸的正向，且滿足 $\tan \theta = \frac{3}{2}$ 。若 θ 的終邊上有一點 P ，其 y 坐標為 -4 ，則下列哪些選項一定正確？

(1) P 的 x 坐標是 6

(2) $\overline{OP} = 2\sqrt{13}$

(3) $\cos \theta = \frac{3}{\sqrt{13}}$

(4) $\cos \frac{\theta}{2} < 0$

(5) $\sin 2\theta > 0$

9. (9) 坐標平面上兩點 $(4, 1)$ 和 $(5, 9)$ 在直線 $3x - y - k = 0$ 的兩側，其中 k 為整數。請選出正確的選項。

(1) 所有滿足上式的 k 的平均是 9 (2) 所有滿足上式的 k 中，最小的是 7

(3) 滿足上式的 k 最少有 5 個 (4) 所有滿足上式的 k 中，奇數與偶數的個數相同

(5) 所有滿足上式的 k 的總和是 35

10. (10) 將 $(x^2 + y)^{12}$ 展開集項後，請選出正確的選項。

(1) $x^8 y^8$ 的係數小於 $x^{10} y^7$ 的係數

(2) $x^{14} y^5$ 的係數小於 $x^{10} y^7$ 的係數

(3) x^{24} 的係數小於 $x^{10} y^7$ 的係數

(4) $x^{12} y^6$ 的係數小於 $x^{10} y^7$ 的係數

11. (11) 設 $0 < x < 1$ 。請選出不正確的選項。

(1) $x^2 < \sqrt{x} < x$

(2) $\log_{10}(x^2) < \log_{10} x < \log_{10} \sqrt{x}$

(3) $\log_2(x^2) < \log_{10}(x^2) < \log_2 x$

(4) $\log_{10}(x^2) < \log_2 \sqrt{x} < \log_{10} x$

二、填充題

12. 小鎮 A 距離一筆直道路 8 公里，並與道路上的小鎮 B 相距 16 公里。今欲在此道路上蓋一家超級市場使其與 A, B 等距，則此超級市場與 A 的距離須為 (12) 公里。(化為最簡根式)

13. 已知 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 是一個轉移矩陣，並且其行列式(值)為 $\frac{5}{8}$ 。則 $a-b =$ (13)。(化成最簡分數)

14. 設銳角三角形 ABC 的外接圓半徑為 8。已知外接圓圓心到 \overline{AB} 的距離為 7，而到 \overline{BC} 的距離為 2，則 $\overline{AC} =$ (14)。(化成最簡根式)

15. 高三甲班共有 15 位男生、20 位女生，需推派 3 位同學參加某項全校性活動。班會中大家決定用抽籤的方式決定參加人選。若每個人中籤的機率相等，則推派的三位同學中有男也有女的機率為 (15)。

16. 四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 1$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{CD} = 5$ ， $\overline{DA} = 7$ ，且 $\angle DAB = \angle BCD = 90^\circ$ ，則對角線 \overline{AC} 長為 (16)。

17. 設 $f(x)$ 為滿足下列條件的最低次實係數多項式： $f(x)$ 最高次項的係數為 1，且 $2-i, i, 5$ 皆為方程式 $f(x)=0$ 的解(其中 $i^2 = -1$)。則 $f(x)$ 之常數項為 (17)。

18. 設 P, Q, R 為二階方陣，已知 $PQ = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 11 & 0 \end{bmatrix}$ ， $PR = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 12 \end{bmatrix}$ 且 $Q+R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ ，則 $P =$ (18)。

19. 從玫瑰、菊花、杜鵑、蘭花、山茶、水仙、繡球、牡丹等八盆花中選出五盆靠在牆邊排成一列，其中杜鵑及山茶都被選到，且此兩盆花位置相鄰的排法有 (19) 種。

20. 設 a, b 均為正整數，而方程式 $x^2 - ax + 14 = 0$ 與 $x^2 - bx + 4b - 1 = 0$ 有一共同根，且此共同根為質數，則 $b =$ (20)。

台北市立成功高中 102 學年度第一學期高三社會組數學科期末考答案卷

班級

姓名

座號

※ 共二十格，每格五分，完全答對才給分。

(1) (5)	(2) (1)(2)(4)(5)	(3) (1)	(4) (2)(4)(5)	(5) (3)
(6) (4)	(7) (1)(4)	(8) (5)	(9) (2)(4)	(10) (1)(3)
(11) (1)(3)	(12) $\frac{16\sqrt{3}}{3}$	(13) $\frac{5}{8}$	(14) $4\sqrt{15}$	(15) $\frac{90}{119}$
(16) $\sqrt{32}$	(17) -25	(18) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	(19) 960	(20) 16