

臺北市立成功高級中學

103 學年度第一學期第二次期中考高二數學科題目卷

範圍：第三冊§2-1~§3-1

班級： 座號： 姓名：

一、多選題(每題 6 分，共 30 分，答錯一個選項得 4 分，答錯兩個選項得 2 分，答錯超過兩個選項得 0 分)

1. 已知兩點 $A(3, 4)$ 、 $B(-1, 2)$ ，下列哪些選項可為 \overline{AB} 的直線方程式？

(1) $y - 2 = \frac{4-2}{3+1}(x+1)$ (2) $x - 2y + 5 = 0$ (3) $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$ (4) $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ (5) $\frac{y-4}{x-3} = \frac{1}{2}$

2. 下列各聯立方程組，哪些解的情況為無解？

(1) $\begin{cases} 2x+3y=3 \\ 3x+2y=1 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2x+3y=4 \\ 4x+6y=8 \end{cases}$ (3) $\begin{cases} 2x+3y=3 \\ 6x+9y=1 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} 2x+3y=1 \\ 4x+6y=1 \end{cases}$ (5) $\begin{cases} 2y+3x=3 \\ 3x+2y=2 \end{cases}$

3. 在坐標平面上，關於 $S: x^2 + y^2 - 4x + 6y + k = 0$ 的敘述，何者正確？

(1) 若 $k=5$ ， S 的圖形為一圓 (2) 若 $k=52$ ， S 的圖形為一點 (3) 若 $k=20$ ， S 無圖形
(4) 若 S 的圖形為圓，其圓心為 $(4, -6)$ (5) 若 $k=9$ ，則 S 的圖形切於 y 軸

4. 已知圓 $O: x^2 - 6x + y^2 - 4y = 3$ ，及五點 $A(1, 2)$ 、 $B(3, 6)$ 、 $C(4, -1)$ 、 $D(4, -2)$ 、 $E(-1, 5)$ ，則下列敘述何者正確？

(1) A, B, C, D, E 中，有 3 個點在圓上 (2) A, B, C, D, E 中，有 2 個點在圓外 (3) A, B, C, D, E 中，有 2 個點在圓內
(4) 通過 B 點與圓 O 相切的直線有 2 條 (5) 通過 D 點與圓 O 相切的直線有 2 條

5. 下列各式哪些可以確認 P 點在線段 \overline{AB} 上？

(1) $\overrightarrow{OP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$ (2) $\overrightarrow{OP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{OA} - \frac{5}{3}\overrightarrow{OB}$ (3) $\overrightarrow{OP} = \frac{4}{3}\overrightarrow{OA} - \frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$
(4) $3\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - 4\overrightarrow{OP} = \vec{0}$ (5) $3\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OP} - 4\overrightarrow{OB} = \vec{0}$

二、填充題(每格 7 分，共 56 分，若答案出現分數，則均需化為最簡分數)

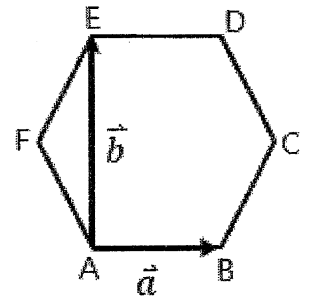
1. 已知三點 $A(2, 1)$ 、 $B(4, -3)$ 、 $C(5, 4)$ ，若 D 為 \overline{AC} 中點，試求 \overline{BD} 直線方程式 (A) (需寫成 $ax+by+c=0$ 的形式，其中 a, b, c 均為整數，否則不予計分)

2. (1) 小影在近日決定與交往多年的男友結婚，兩人預計結婚後要買房子，左思右想後，決定在信義路上買一戶，但為了工作方便，希望新家 P 能夠距離小影教書的學校 A ，及她男友工作的公司 B ，直線距離和最小。若在地圖上建立坐標系，可得 $A(0, -4)$ 、 $B(4, -2)$ ，以及信義路所滿足的直線方程式為 $x-2y=3$ (假設信義路可筆直的無限延伸)，則新家 P 的坐標為 (B) 時，有最小值 (即求直線 $x-2y=3$ 上一點 P ，使得 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 最小的 P 點坐標)

(2) 承上題，若干年後，兩人的小孩長大後，進入小學 $C(3, -1)$ 就讀。為了讓孩子贏在起跑點，兩人決定在放學後送小孩去才藝班學才藝，但為了接送方便，因此希望才藝班 O 可以到 A, B, C 三點的直線距離相等，試求 O 點坐標應為何 (C) (即求 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 之 O 點坐標)

3. (1) 自圓外一點 $P(6, 2)$ ，對圓 $C: (x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$ 做兩條切線與圓切於 A, B 兩點，若已知 \overrightarrow{PA} 平行 x 軸，則 \overrightarrow{PA} 的直線方程式為 (D) ， \overrightarrow{PB} 的直線方程式為 (E) (需寫成 $ax+by+c=0$ 的形式，其中 a, b, c 均為整數，否則不予計分)
- (2) 承上題，試求通過 A, B, P 三點的圓方程式 (F) (需寫成 $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$ 的形式，否則不予計分)

4. 如圖，正六邊形 $ABCDEF$ 中， $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AE} = \vec{b}$ 。若 $\overrightarrow{BC} = x\vec{a} + y\vec{b}$ ，求數對 $(x, y) =$ (G)



5. $\triangle ABC$ 中， D 在 \overline{AB} 上， E 在 \overline{AC} 上，且 $\overline{AD} : \overline{DB} = 2 : 5, \overline{AE} : \overline{EC} = 2 : 3$ 。 $\overline{CD}, \overline{BE}$ 交於 P 點，若 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，求數對 $(x, y) =$ (H)

三、計算題(共 14 分)

鳴人每天可使用「大玉螺旋丸」與「螺旋丸」兩種忍術最多各 35 次，已知他每使用一次「大玉螺旋丸」需消耗 2 點查克拉及 1 點精神力，可進行 40 點的攻擊；每使用一次「螺旋丸」需消耗 1 點查克拉及 1 點精神力，可進行 30 點的攻擊；忍術同時使用時，其攻擊力是各次攻擊點數累加而得。今已知鳴人原有 60 點查克拉和 40 點精神力，在他查克拉及精神力均不能消耗到為負值的前提下，他同時用了 x 次「大玉螺旋丸」， y 次「螺旋丸」，打出了「最強」攻擊力為 z 點的攻擊：

- (1) 試以 x, y 表示 z (即將 z 表示成 $ax+by$ 的形式) (2 分)
- (2) 試列出除了 $x \geq 0, y \geq 0, x, y \in Z$ 之外， x, y 需滿足的不等式 (4 分，每少一個式子扣 1 分，扣至該小題 0 分為止)
- (3) 承上題，繪製上述不等式組 (含 $x \geq 0, y \geq 0$) 在坐標平面上的區域範圍於答案卷所提供之座標軸上，並以斜線標記該區域範圍 (4 分) (需完整標示出範圍內的頂點，以及所有直線方程式，每少繪製一條直線、少標示一個點及直線方程式扣 1 分，扣至該小題 0 分為止)
- (4) 試求當 (x, y) 為 時 (2 分)， z 有最大值 (1 分)，並說明所使用之方法 (1 分)

臺北市立成功高級中學

103 學年度第一學期第二次期中考高二數學科答案卷

範圍：第三冊§2-1~§3-1

班級： 座號： 姓名：

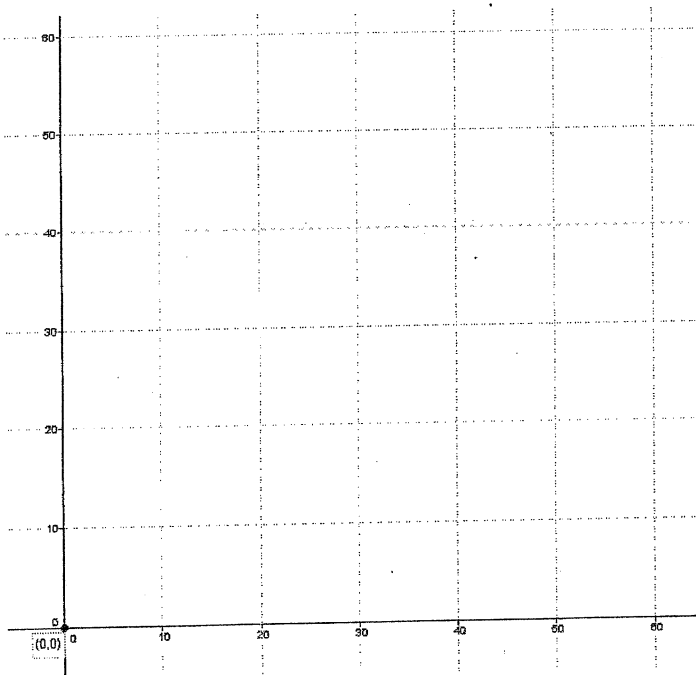
一、多選題(每題 6 分，共 30 分，答錯一個選項得 4 分，答錯兩個選項得 2 分，答錯超過兩個選項得 0 分)

1	2	3	4	5

二、填充題(每格 7 分，共 56 分，若答案出現分數，則均需化為最簡分數)

(A)	(B)	(C)	(D)
(E)	(F)	(G)	(H)

三、計算題(共 14 分)



臺北市立成功高級中學

103 學年度第一學期第二次期中考高二數學科答案卷

一、多選題(每題 6 分，共 30 分，答錯一個選項得 4 分，答錯兩個選項得 2 分，答錯超過兩個選項得 0 分)

說明：未作答者，該題 0 分計算，作答選項非數字(例：A, B, C...)不予計分

1	2	3	4	5
(1)(2)(4)	(3)(4)(5)	(1)(3)(5)	(2)(3)(5)	(1)(4)

二、填充題(每格 7 分，共 56 分，若答案出現分數，則均需化為最簡分數)

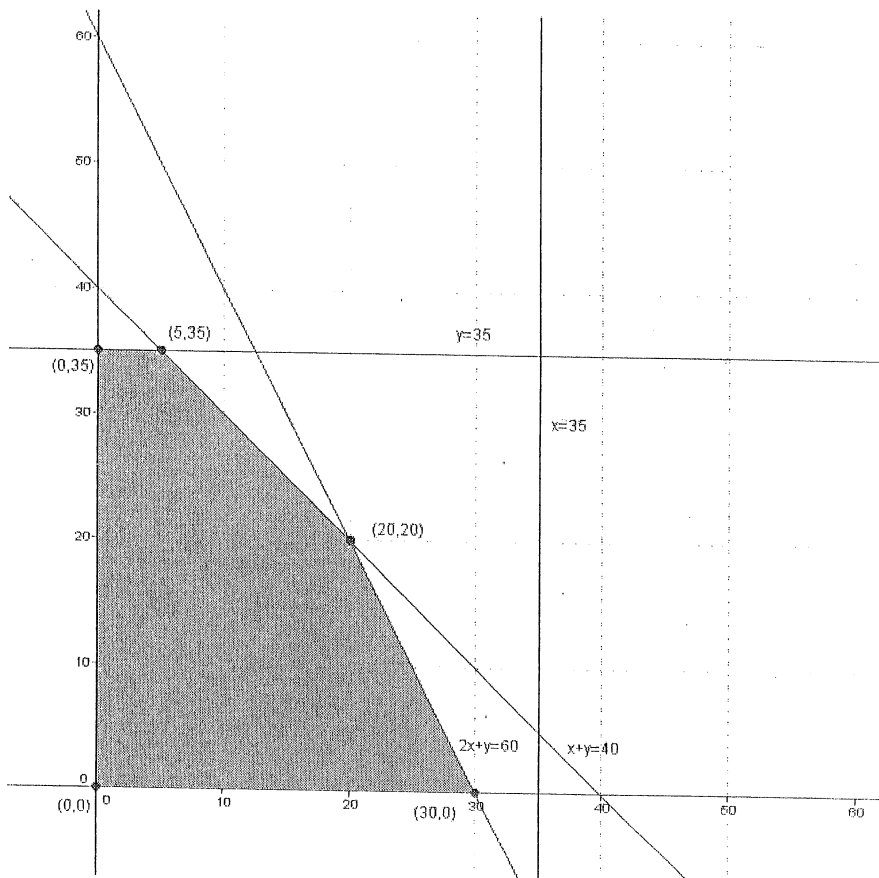
說明：未依題目要求之型式書寫方程式不予計分；未化簡至最簡分數不予計分

(A)	(B)	(C)	(D)
$11x+y-41=0$	(1, -1)	(2, -3)	$y-2=0$
(E)	(F)	(G)	(H)
$24x-7y-130=0$	$(x-4)^2 + (y-\frac{1}{2})^2 = \frac{25}{4}$	$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$	$(\frac{6}{31}, \frac{10}{31})$

三、計算題(共 14 分)

(1) $z=40x+30y$ (2 分) (2) $\begin{cases} 2x+y \leq 60 \\ x+y \leq 40 \\ x \leq 35 \\ y \leq 35 \end{cases}$ (4 分，每少一個扣 1 分)

(3) (4 分)需完整標示出範圍內的頂點(不含原點共 4 個)及直線方程式(共 4 條)，每少繪製一條直線、少標示一個點及直線方程式扣 1 分，扣至該小題 0 分為止。



(4)

$(x, y)=(20, 20)$ (2 分)時， z 有最大值 1400(1 分)

說明：上述答案正確即得 3 分，若未說明使用的方法(如下)，或說明不完整，則使用方法的那 1 分，不予計分。

(方法一)平行線法

目標函數 $z=40x+30y$ ，斜率為 $-\frac{4}{3}$

$$\because -2 < -\frac{4}{3} < -1,$$

故由平行線法可知，在(20, 20)會有最大值 1400

(方法二)頂點法

(x, y)	(0, 0)	(0, 35)	(5, 35)	(20, 20)	(30, 0)
$40x+30y$	0	1050	1250	1400	1200

故由頂點法可知，在(20, 20)會有最大值 1400

註：需將 5 個頂點均代入求值比較，否則不予計分，但若(0, 0)未代入比較，則不扣分。