

臺北市立成功高中 103 學年度第一學期高三自然組

第二次期中考數學科試題

一、多重選擇題：共十四分(每題七分，錯一個選項得五分，錯兩個得三分，錯三個以上該題不計分)

1. 下列哪些函數的週期為 π ?

(A) $y = -3\sin(\frac{1}{2}x+1)$ (B) $y = 5\sin x + 4\cos(-x)$ (C) $y = |\tan x| + 2$ (D) $y = |2\sin x|$ (E) $y = -\sec x$

2. 設 $w = \cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}$ ，則下列何者正確？

(A) $w^6 + w^7 + w^8 + \dots + w^{99} + w^{100} = 0$

(B) $\overline{(w^5)} = 1$

(C) $\overline{w} = w^4$

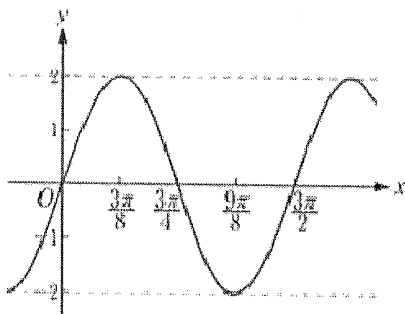
(D) $(w-1)(w^2-1)(w^3-1)(w^4-1) = -5$

(E) $|w| = |w^2| = |w^3| = |w^4| = 1$

二、填充題：共七十分(每格七分)

1. $z = \frac{(-1-\sqrt{3}i)^6(1-i)^8}{(1+i)^2}$ ，計算 $|z| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 下圖為函數 $y = a \cos(bx+c)$ (其中 $a > 0, b > 0, 0 \leq c < 2\pi$) 的部分圖形，試求 $(a, b, c) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



3. 求方程式 $6\sin x = -x$ 有幾個實數解？ $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\frac{(\cos A + i \sin A)}{(\cos B + i \sin B)(\cos C + i \sin C)}$ 為實數，則此三角形的形狀為何？(銳角、直角、鈍角) $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 化簡 $\frac{1}{1-\sin \theta} + \frac{1}{1-\csc \theta} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

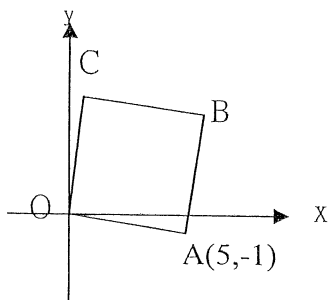
6. 試比較 $a = \csc 1$ ， $b = \csc 3$ ， $c = \csc 5$ ， $d = \csc 7$ 的大小順序 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 已知 $A(3,0)$ ， $B(0,2)$ 兩點， P 為橢圓 $\frac{(x-1)^2}{4} + (y+2)^2 = 1$ 上的任一點，求 $\triangle ABP$ 的最大面積 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 一直圓錐底面的半徑為 3，高為 4，若將此直圓錐的側表面沿斜高方向剪開成一扇形，則此扇形面積為何 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 設 $z \in C$ ，且 $2|z-1| = |z|$ ， $\text{Arg}\left(\frac{z-1}{z}\right) = \frac{\pi}{3}$ ，若 $z = a+bi$ ，其中 $a, b \in R$ ，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 如圖，已知 $O(0,0)$ ， $A(5,-1)$ ， $OABC$ 為正方形，則正方形兩對角線的交點坐標為何？ $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



臺北市立成功高中 103 學年度第一學期高三自然組

第二次期中考數學科試題 班級： 姓名： 座號：

一、多重選擇題：共十四分(每題七分，錯一個選項得五分，錯兩個得三分，錯三個以上該題不計分)

1.	2.
----	----

二、填充題：共七十分(每格七分)

1.	2.	3.	4.	5.
6.	7.	8.	9.	10.

三、計算題：共十六分

1. (1)求 $27i$ 的三次方根。(五分)

(2)在複數平面上，以這三個根所形成的三角形之面積。(三分)

2. 已知 $0 \leq x < 2\pi$ ，設 $f(x) = 2 \sin x \cos x + \sin x + \cos x - 1$ ，令 $t = \sin x + \cos x$ ，

(1)求 t 的範圍 (2)求 $f(x)$ 的最大值，以及發生最大值時的 x 值。(二分，六分)

臺北市立成功高中 103 學年度第一學期高三自然組

第二次期中考數學科試題

一、多重選擇題：共十四分(每題七分，錯一個選項得五分，錯兩個得三分，錯三個以上該題不計分)

1. CD	2. ABCE
--------------	----------------

二、填充題：共七十分(每格七分)

1. 512	2. $(2, \frac{4}{3}, \frac{3\pi}{2})$	3. 5	4. 直角三角形	5. 1
6. $b > d > a > c$	7. $\frac{15}{2}$	8. 15π	9. $(1, \frac{\sqrt{3}}{3})$	10. (3,2)

三、計算題：共十六分

1、

三個根： $0 + (-3)i$ (寫 $-3i$ 亦給分), $\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$, $-\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$ (五分)

面積： $\frac{27\sqrt{3}}{4}$ (三分)

2、(1) $-\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}$ (二分)

(2) 最大值 $\sqrt{2}$, $\frac{\pi}{4}$, (六分)