

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、 多選題(每題 5 分，共 20 分)

說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項寫在答案卷之「多選擇題答案區」。  
各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項或多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

( ) 1、下列敘述哪些錯誤？

(A)  $\frac{\sqrt{-2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{-2}{3}}$ 。

(B)  $0^0 = 1$ 。

(C)  $\sqrt{-3} = (-3)^{\frac{1}{2}}$ 。

(D) 若  $z = 2 + i$ ，則  $\frac{1}{z}$  的虛部為  $-\frac{1}{5}i$ 。

(E) 若  $a + bi = 1 + 7i$ ，則  $a = 1$ ， $b = 7$ 。

( ) 2、設  $f(x) = (x-1)(x^2 + 2x - 3)$ ，下列哪些不等式與  $f(x) \leq 0$  有相同解？

(A)  $(x-1)(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 2) \leq 0$

(B)  $\frac{(x-1)}{(x^2 + 2x - 3)} \leq 0$

(C)  $(x-1)^{12}(x^2 + 2x - 3)^{45} \leq 0$

(D)  $(1-x)^2(x+3) \leq 0$

(E)  $\frac{(x-1)(x^2 + 2x - 3)}{x^2 + x + 1} \leq 0$

( ) 3、右下圖為實係數四次多項式  $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$  的圖形，請問哪些選項是錯誤的？

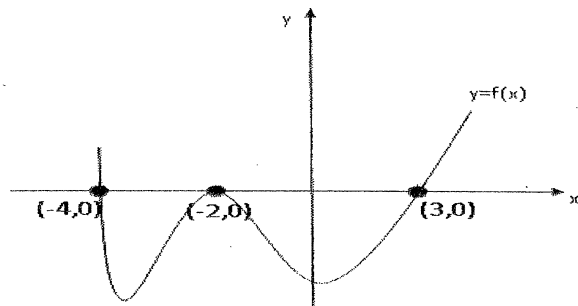
(A)  $f(x) = 0$  有一個虛根。

(B)  $e < 0$ 。

(C)  $f(x) < 0$  的解為  $-4 < x < 3$ 。

(D)  $f(x) \geq 0$  的解與  $(x+4)(x-3) \geq 0$  的解相同。

(E) 方程式  $f(x) = 7$  有兩相異實根。



( ) 4、設  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  為實係數多項式且  $a \neq 0$ ，則下列敘述哪些錯誤？

(A)  $f(x) = 0$  至少有一實根。

(B) 若  $f(2+3i) = 7-2i$ ，則  $f(2-3i) = 7+2i$ 。

(C) 若  $\alpha$ 、 $\beta$  為相異的兩實數且在  $\alpha$ 、 $\beta$  之間有  $f(x) = 0$  的根，則  $f(\alpha)f(\beta) < 0$  恆成立。

(D) 若  $\alpha$ 、 $\beta$  為相異的兩實數且  $f(\alpha)f(\beta) > 0$ ，則在  $\alpha$ 、 $\beta$  之間不存在  $f(x) = 0$  的根。

(E) 若  $f(7+2i) = 0$ ，則  $y = f(x)$  的圖形與  $x$  軸交於一點。

二、 填充題(每題 5 分，共 70 分)

1、試有理化  $\frac{3}{-2i+1} - \frac{7}{2i-1} =$  \_\_\_\_\_

2、設  $a = \sqrt[3]{16}$ ， $b = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{-5}{2}}$ ， $c = \sqrt{\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{32}}$ ，若  $\left(\frac{c^8}{a^6 \cdot b}\right)^{-1} = 2^x$ ，則  $x$  的值為 \_\_\_\_\_

3、分式不等式  $\frac{x^2+2x-3}{x^2+x-2} \leq 1$  之解為\_\_\_\_\_

4、設  $f(x) = (x^2 - 2x - 3)(2014x^{35} + 12x^{28} + 4) + 7x + 2$ ，則  $f(x)$  除以  $(x - 3)$  之餘式為\_\_\_\_\_

5、設  $\alpha$ 、 $\beta$  為二次方程式  $3x^2 + 9x + 1 = 0$  之兩根，則  $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 =$ \_\_\_\_\_

6、設實係數三次多項式  $f(x)$  之圖形通過點  $A(-3, 0)$ 、 $B(1, 0)$ 、 $C(-2, 9)$ 、 $D(0, 5)$ 、 $E(2, a)$ ，則  $a =$ \_\_\_\_\_

7、已知三次多項式  $f(x) = 2x^3 + 2x^2 - 4x - 3$  有一正根兩負根，若最小負根為  $\alpha$ ，則與  $\alpha$  最接近的整數為\_\_\_\_\_

8、設  $f(x) = 1 \times \frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{(0-1)(0-2)(0-3)} + 4 \times \frac{x(x-2)(x-3)}{(1-0)(1-2)(1-3)} + 9 \times \frac{x(x-1)(x-3)}{(2-0)(2-1)(2-3)} + 16 \times \frac{x(x-1)(x-2)}{(3-0)(3-1)(3-2)}$ ，則  $f(99) =$ \_\_\_\_\_

9、已知  $1 - 2i$  為實係數多項式方程式  $3x^3 - 7x^2 + ax + b = 0$  的一根，若此方程式的實根為  $t$ ，則序組  $(a, b, t) =$ \_\_\_\_\_

10、設一放射性元素之半衰期為 100 年，即經過 100 年後，此放射性元素的量會變為原來的一半；

則 1.5 個半衰期，也就是 150 年之後，此放射性元素的量是原來的\_\_\_\_\_倍 ( $\sqrt{2} \approx 1.414$ ) (請將答案化成小數)

11、設  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  為三次整係數方程式  $x^3 - 2x^2 - 3x + 1 = 0$  的三個根，則  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} =$ \_\_\_\_\_

12、若  $f(x)$  除以  $x^2 - 2x + 3$  的餘式為  $x - 3$ ，且  $f(x)$  除以  $(x + 2)^2$  的餘式為  $6x + 18$ ，

則  $f(x)$  除以  $(x + 2)(x^2 - 2x + 3)$  的餘式為\_\_\_\_\_

13、若  $a > 0$  且  $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 6$ ，則  $a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}} =$ \_\_\_\_\_

14、設  $f(x)$  為實係數多項式且同時為奇函數，若  $f(i - 2) = 2014i + 1204$ ，則  $f(i + 2)$  之值為\_\_\_\_\_

三、 計算題(共 10 分，請列出計算過程否則不予計分)

設  $f(x) = 12x^5 - 4x^4 + 7x^3 - 2x^2 - 5x + 2$

(1) 由有理根判別法，列出  $f(x) = 0$  的所有“可能”之有理根有哪些？(2 分，全對才給分)

(2) 試解方程式  $12x^5 - 4x^4 + 7x^3 - 2x^2 - 5x + 2 = 0$  (6 分)

(3) 試解不等式  $12x^5 - 4x^4 + 7x^3 - 2x^2 - 5x + 2 \leq 0$  (2 分)

臺北市立成功高級中學 103 學年度第 1 學期一年級第 2 次數學科期中考簡答

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、多選題(每題 5 分，共 20 分)

1	2	3	4
BCDE	ADE	ACD	CD

得分：

二、填充題(每題 5 分，共 70 分)

1	2	3	4	5	6	7
$2 + 4i$	2	$x < -2$	23	$\frac{-9 - 2\sqrt{3}}{3}$	$\frac{-5}{3}$	-2
8	9	10	11	12	13	14
10000	$(17, -5, \frac{1}{3})$	0.3535	3	$x^2 - x$	198	$-1204 + 2014i$

三、計算題(共 10 分，請列出計算過程否則不予計分)

<p>(1) (2 分，全對才給分)</p> <p><math>f(x) = 12x^5 - 4x^4 + 7x^3 - 2x^2 - 5x + 2</math></p> <p>12 的正因數有 1, 2, 3, 4, 6, 12</p> <p>2 的因數有 <math>\pm 1, \pm 2</math></p> <p>由有理根判定法可得可能的有理根為</p> <p><math>\pm 1, \pm 2, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{2}{3}, \pm \frac{1}{4}, \pm \frac{1}{6}, \pm \frac{1}{12}</math></p> <p>(3 分，全部都列出來才給分)</p>	<p>(2) (6 分)</p> <p><math>f(x) = 12x^5 - 4x^4 + 7x^3 - 2x^2 - 5x + 2</math></p> <p>因為</p> $\begin{array}{r rrrrrr} 12 & -4 & 7 & -2 & -5 & 2 \\ & 6 & 1 & 4 & 1 & -2 \\ \hline 12 & 2 & 8 & 2 & -4 & 0 \end{array} \frac{1}{2}$ <p>所以 <math>f(\frac{1}{2}) = 0</math> ----- (得 2 分)</p> <p>因為</p> $\begin{array}{r rrrrr} 6 & 1 & 4 & 1 & -2 \\ & -4 & 2 & -4 & 2 \\ \hline 6 & -3 & 6 & -3 & 0 \end{array} \frac{-2}{3}$ <p>所以 <math>f(\frac{-2}{3}) = 0</math> ----- (得 2 分)</p> <p><math>12x^5 - 4x^4 + 7x^3 - 2x^2 - 5x + 2 = 0</math></p> <p><math>\Rightarrow (2x-1)^2(3x+2)(x^2+1) = 0</math></p> <p><math>\Rightarrow x = \pm i, \frac{1}{2}, \frac{-2}{3}</math> ----- (得 2 分)</p>	<p>(3) (6 分)</p> <p>因為</p> <p><math>f(x) = 12x^5 - 4x^4 + 7x^3 - 2x^2 - 5x + 2</math></p> <p><math>\Rightarrow f(x) = (2x-1)^2(3x+2)(x^2+1)</math></p> <p>所以</p> <p><math>12x^5 - 4x^4 + 7x^3 - 2x^2 - 5x + 2 \leq 0</math></p> <p><math>\Rightarrow (2x-1)^2(3x+2)(x^2+1) \leq 0</math></p> <p>因此 <math>x \leq \frac{-2}{3}</math> or <math>x = \frac{1}{2}</math> ----- (得 2 分)</p>
--	---	---

臺北市立成功高級中學 103 學年度第 1 學期一年級第 2 次數學科期中考答案卷

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、 多選題(每題 5 分，共 20 分)

1	2	3	4

得分：

二、 填充題(每題 5 分，共 70 分)

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14

三、 計算題(共 10 分，請列出計算過程否則不予計分)

(1) (2 分，全對才給分)	(2) (6 分)	(3) (2 分)
-----------------	-----------	-----------