台北市立成功高中一O二學年度第二學期高二數學科期末考試題

填充題：共 20 格，答對 10 格以內，每格 6 分，超過 10 格以上，每格 4 分，共 100 分。

1. 設 A 為二階方陣，已知 $A^3=\begin{bmatrix}-3 & -2\\ 1 & -2\end{bmatrix}$ 且 $A^2=\begin{bmatrix}-1 & 2\\ -1 & -2\end{bmatrix}$，則 $A=$ ___(A)___ 。

2. 設平面上的一線性變換把 $(2,1)$、$(-1,-1)$ 分別轉換為 $(16,-5)$、$(-11,4)$，
   (1) 求此線性變換所對應的二階方陣為 ___(B)___ 。
   (2) 設 $A(1,3)$、$B(2,-4)$、$C(9,-3)$，若 ΔABC 經此線性變換轉為 $\Delta A'B'C'$，
   則 $\Delta A'B'C'$ 的面積為 ___(C)___ 。

3. 設 $P=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 1 & 3\end{bmatrix}$ 且 $A=\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}$，若 $A=P^{-1}BP$，則 B^4 = ___(D)___ 。

4. 有甲、乙兩箱，甲箱內有**兩個白球**，乙箱內有**三個黑球**。每次先從甲箱任取一球放入乙箱內，再由乙箱任取一球放回甲箱裡，這樣的操作稱做一局(假設每球被取到的機會相同)，則
   (1) 當第一局結束時，甲箱內有**一白球一黑球**的機率為 ___(E)___ 。
   (2) 當第三局結束時，甲箱內有**兩個黑球**的機率為 ___(F)___ 。

5. 直線 L: $2x+3y=0$，若點 $P(13,-13)$ 經 L 鏡射後，再繞原點逆時針轉 90° 得到 Q 點，
   則 Q 點座標為 ___(G)___ 。

6. O 為原點，在 ΔAOB 中，若已知 $\angle A=75^\circ$、$\overline{OA}=\overline{OB}$、$B(2\sqrt{3},10)$ 且 A 點在第一象限，則 A 點座標為___(H)___ 。

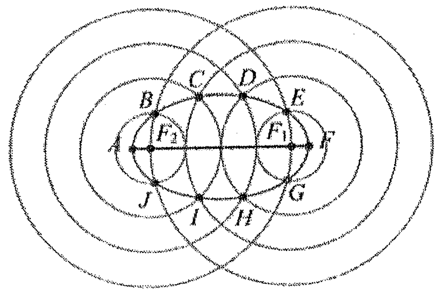
7. 求下列各圖形的焦點座標:
   (1) 拋物線 $y^2+2y+4x-7=0$ 的焦點座標為 ___(I)___ 。
   (2) 橢圓 $2x^2+3y^2+4x+12y+8=0$ 的焦點座標為 ___(J)___ 。(兩解，全對才給分)
   (3) 雙曲線 $x^2-y^2-4x+6y-3=0$ 的焦點座標為 ___(K)___ 。(兩解，全對才給分)

8. 拋物線對稱軸平行 x 軸，焦點坐標為 $(-4,3)$，正焦弦長為 16，
   求此拋物線方程式為 ___(L)___ 。(以標準式表示) (兩解，全對才給分)

9. 已知 P 為拋物線 $y^2 = 4x + 4$ 上一點，且 P 點與拋物線焦點的距離等於 5，
則 P 點座標為 ____(M)____ 。**(兩解，全對才給分)**

10. 方程式 $\sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2} = |x+5| - 3$ 的圖形為一拋物線，
則此拋物線的頂點座標為 ____(N)____ 。

11. 右圖是以 F_1、F_2 為圓心的兩組同心圓，各組四個同心圓的半徑分別為 1、2、3、4，若有一橢圓 Γ 以 F_1、F_2 為焦點，且通過圖中各組同心圓交點 B、C、D、E、G、H、I、J 以及 A、F 兩點，則橢圓 Γ 的短軸長為 ____(O)____ 。



12. 已知橢圓 Γ 以 $F_1(3,4)$，$F_2(3,-4)$ 為焦點，且通過
點 $P(6,0)$，則此橢圓方程式為 ____(P)____ 。**(以標準式表示)**

13. O 為原點，已知橢圓 $\Gamma: \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{6} = 1$，設 P 點在第一象限且為橢圓上的一點，
若 $\overline{OP}$ 與 x 軸正向夾角為 60°，則 P 點座標為 ____(Q)____ 。

14. 已知 Γ 為一等軸雙曲線，且 $F_1(4,-1)$，$F_2(4,7)$ 為其兩焦點，
則 Γ 方程式為 ____(R)____ 。**(以標準式表示)**

15. 已知 Γ 為雙曲線，兩漸近線為 $L_1: x + 2y = 10$，$L_2: x - 2y = -2$，(4,7)為貫軸頂點，
則 Γ 方程式為 ____(S)____ 。**(以標準式表示)**

16. 已知雙曲線 $\Gamma: \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$，設 P 點在第一象限且 $\overline{PQ}$ 為雙曲線的正焦弦，
則 Q 點座標為 ____(T)____ 。

台北市立成功高中一Ｏ二學年度第二學期高二數學科期末考答案卷

班級: _____ 座號: ______ 姓名:____________

填充題：共 20 格，答對 10 格以內，每格 6 分，超過 10 格以上，每格 4 分，共 100 分。

A	B	C	D
$\begin{bmatrix}1 & 2\\-1 & 0\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}5 & 6\\-1 & -3\end{bmatrix}$	225	$\begin{bmatrix}46 & -30\\45 & -29\end{bmatrix}$
E	**F**	**G**	**H**
$\frac{3}{4}$	$\frac{33}{128}$	(7 , 17)	$(8,4\sqrt{3})$
I	**J**	**K**	**L**
(1,-1)	(-2,-2) ,(0,-2)	(2,5) (2,1)	$(y-3)^2=16(x+8)$，$(y-3)^2=-16x$
M	**N**	**O**	**P**
(3,4) (3,-4)	(0,1)	3	$\frac{(x-3)^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$
Q	**R**	**S**	**T**
$(1,\sqrt{3})$	$\frac{(y-3)^2}{8}-\frac{(x-4)^2}{8}=1$	$\frac{(y-3)^2}{16}-\frac{(x-4)^2}{64}=1$	$\left(-\frac{16}{3},5\right)$