

台北市立成功高中 102 學年度第二學期高三社會組數學期末考考題

一. 多重選擇題：45%. 每題全對得 5 分, 答錯一選項得 3 分, 答錯兩個或兩個以上選項不給分.

1. 國一學生 30 萬人, 智商測驗的結果是「平均數 100, 標準差 15」的常態分配. 若以智商 130 以上做為甄選國一學生為資優生的門檻, 則根據這次測驗的結果判斷下列選項中的敘述, 哪些是正確的? (1)約有 15 萬名國一學生的智商在 100 以上 (2)超過 20 萬名國一學生智商介於 85 至 115 之間 (3)如果某偏遠學校只有 14 名的國一學生, 那麼該校不會有資優生 (4)約有 5%的國一學生通過資優生甄選門檻 (5)隨機抽出 1000 名國一學生, 可期望有 25 名資優生

2. 某校高三學生在一次考試中, 成績呈常態分配, 且已知其分數之平均數為 65 分, 標準差為 10 分. 若從這次考試的學生中, 隨機抽出一位學生, 則這位學生的成績高於 85 分的機率最接近以下哪一選項? (1)0.03 (2)0.32 (3)0.34 (4)0.68 (5)0.84 .

3. 關於指數函數或對數函數圖形的敘述, 下列哪些選項是正確的?

(1) $y = \log_{2014} x$ 與 $y = 2014^x$ 兩函數的圖形對稱於直線 $y = x$

(2) $y = 99^x$ 的圖形恆在 $y = 2014^x$ 的下方

(3) $y = \log_{99}(x^2 - 10x + 33)$ 的圖形與 x 軸相交.

(4) $y = \log_{99} x$ 與 $y = \log_{\frac{1}{99}} x$ 兩函數的圖形對稱於 x 軸

4. 想要了解選民對某候選人真正的支持度 (支持率) p , 四家媒體所做的民意調查結果如下表所示:

	媒體 A	媒體 B	媒體 C	媒體 D
\hat{p}	0.30	0.40	0.30	0.28
$\hat{\sigma}$	0.02	$\hat{\sigma}_B$	0.01	0.01

其中 \hat{p} 表示抽樣支持度, $\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$, n 為抽樣人數. 請選出正確的選項:

(1)在95%的信心水準之下，媒體A抽樣所得 p 的信賴區間為 $[0.28,0.32]$

(2)媒體C抽樣人數約為媒體A抽樣人數的兩倍

(3)如果媒體B抽樣的人數與媒體A相同，則 $\hat{\sigma}_B$ 大於0.02

(4)媒體A的抽樣支持度比媒體B的抽樣支持度更接近候選人真正的支持度 p

(5)在95%的信心水準之下，至少有一家媒體抽樣所得 p 的信賴區間會包含真正的支持度 p 。

5. 一乒乓球隊有6位選手，其中甲、乙為左手持拍的選手，丙、丁為右手持拍的選手，而戊、己為左右手皆可持拍的選手。現在要派出兩名選手參加雙打，規定由一名可以右手持拍的選手與一名可以左手持拍的選手搭配。請問共有多少種可能的搭配？

(1)7 (2)9 (3)11 (4)12 (5)13。

6. 將 $(x^2 + y)^{12}$ 展開集項後，請選出正確的選項：

(1) $x^{12}y^6$ 的係數小於 $x^{10}y^7$ 的係數

(2) x^8y^8 的係數小於 $x^{10}y^7$ 的係數。

(3) x^{24} 的係數小於 $x^{10}y^7$ 的係數

(4) $x^{14}y^5$ 的係數小於 $x^{10}y^7$ 的係數

7. 設 (π, r) 為函數 $y = \log_2 x$ 圖形上之一點，其中 π 為圓周率， r 為一實數。請問下列哪些選項是錯誤的？

(1) (r, π) 為函數 $y = 2^x$ 圖形上之一點

(2) $(-r, \pi)$ 為函數 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 圖形上之一點

(3) $\left(\frac{1}{\pi}, r\right)$ 為函數 $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 圖形上之一點

(4) $(r, 2\pi)$ 為函數 $y = 4^x$ 圖形上之一點。

8. 下列有關循環小數的敘述中，請選出正確的選項：

(1) $0.\overline{7} + 0.\overline{3} = 1$ (2) $0.\overline{5} + 0.\overline{5} = 1.\overline{1}$ (3) $0.4\overline{9} = 0.5$ (4) $0.\overline{72} + 0.\overline{28} = 1.\overline{1}$

(5) $0.\overline{7} + 0.\overline{3} = 0.\overline{6} + 0.\overline{4}$

9. 已知二階方陣 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 滿足 $A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$, $A \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}$. 請選出正確的選項:

(1) A 的行列式 (值) 為 6 (2) $A^2 = 5A - 6 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (3) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

(4) $A \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 6 \end{bmatrix}$ (5) $[1 \ 1]A = [5 \ 7]$.

二. 填充題 : (每格 5 分, 共 55 分)

10. 為講解信賴區間與信心水準, 數學老師請全班 40 位同學使用老師提供的亂數表模擬投擲均勻銅板 16 次. 模擬的過程如下: 隨機指定給每位同學亂數表的某一行, 該行從左到右有 16 個數字; 如果數字為 0, 1, 2, 3, 4 時, 對應投擲銅板得到正面; 而數字為 5, 6, 7, 8, 9 時, 對應投擲得到反面. 某同學拿到的一列數字依序為:

0612 9683 4251 9138

該同學計算銅板出現正面的機率在 95% 信心水準下的抽樣誤差為 _____ (請以最簡根式表示)

11. 坐標平面上有一面積為 40 的凸四邊形, 其四個頂點的坐標按逆時針方向依序為 $(0, 0)$ 、 $(x, 2x)$ 、 $(4, 2)$ 及 $(2, 6)$, x 為整數, 則 $x =$ _____.

12. 一線性規劃問題的可行解區域為坐標平面上由點 $A(0, 30)$ 、 $B(18, 27)$ 、 $C(20, 0)$ 、 $D(2, 3)$ 所圍成的平行四邊形及其內部. 已知目標函數 $ax + by$ (其中 a, b 為常數) 在 B 點有最大值 432, 則此目標函數在同個可行解區域的最小值為 _____.

13. 某公司舉辦年終尾牙餐會, 會中安插了一項抽獎活動. 在抽獎箱中放了一副 52 張的撲克牌, 每人抽出一張牌, 且抽後放回; 抽到紅心的紅色牌給獎金 8000 元, 抽到方塊的紅色牌給獎金 6000 元, 而抽到黑桃或梅花的黑色牌則一律給 1000 元的獎金. 假設每張牌被抽到的機率相等, 那麼抽到獎金的數學期望值為 _____ 元。

14. 調查某國家某一年 5 個地區的香煙與肺癌之相關性, 所得到的數據為 (x_i, y_i) , $i = 1, 2, 3, 4, 5$, 其中變數 X 表示每人每年香煙消費量 (單位: 十包), Y 表示每十萬人死於肺癌的人數. 若已計算出下列數值:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^5 x_i &= 135, & \sum_{i=1}^5 x_i^2 &= 3661, & \sum_{i=1}^5 x_i y_i &= 2842, \\ \sum_{i=1}^5 y_i &= 105, & \sum_{i=1}^5 y_i^2 &= 2209, & & \end{aligned}$$

則 X 與 Y 的相關係數 $r =$ _____

15. 某公司招聘新員工，共有 1600 人應徵參加筆試。筆試場地借用甲大學的教室，該校可租借的大教室有 50 間，每間可容納 40 人，每間租金 500 元；小教室有 60 間，每間可容納 20 人，每間租金 150 元。考慮監考人員的限制，筆試教室不能超過 60 間。經規劃後租借大教室 x 間，小教室 y 間，來進行筆試，最省租借場地費用，則 $x+y =$ _____

16. 某製造玩具工廠，每次接到訂單都需開模 5 萬元，製造每一千個玩具材料費需 2 萬元，由此建立生產的基本成本函數 $f(x) = 5 + 2x$ ，其中 x 以千個為單位。依過去經驗，接到訂單數量與報價總值有如下關係：

數量 (千個)	報價總值 (萬元)
5	37.5
10	70
15	97.5

試問訂單數量是 _____ (千個) 時，獲利總值最高？

17. 某實驗室欲評估血液偵測老年癡呆症技術的誤判率 (即偵測錯誤的機率)。共有 770 人接受此血液偵測技術實驗，實驗前已知樣本中有 735 人未患老年癡呆症。實驗後，血液偵測判斷為未患老年癡呆症者有 665 人，其中真正未患老年癡呆症有 660 人。試問此血液偵測技術的誤判率為 _____。(化成最簡分數)

18. 觀察 2 的次方所形成的等比數列：2, 2^2 , 2^3 , 2^4 , ...，設其中出現的第一個 14 位數為 2^n ，則 $n =$ _____。(註： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$)

19. 若 $a > 0$ ，設二次實係數多項式函數 $f(x) = ax^2 + 2ax + b$ 在區間 $-1 \leq x \leq 1$ 上的最大值為 7，最小值為 3。試求數對 $(a, b) =$ _____

20. 從玫瑰、菊花、杜鵑、蘭花、山茶、水仙、繡球、太陽花等八盆花中選出四盆靠在牆邊排成一列，其中杜鵑及山茶都被選到，且此兩盆花位置相鄰的排法有 _____ 種。

台北市立成功高中 102 學年度第二學期高三社會組數學期末考參考答案

一. 多重選擇題：45%. 每題全對得 5 分, 答錯一選項得 3 分, 答錯兩個或兩個以上選項不給分.

1.	2.	3.	4.	5.
(1)(2)(5)	(1)	(1)(4)	(3)	(4)
6.	7.	8.	9.	
(2)(3)	(4)	(2)(3)(5)	(3)	

二. 填充題：(每格 5 分, 共 55 分)

10.	11.	12.	13.
$\frac{3\sqrt{7}}{32}$	-10	48	4000
14.	15.	16.	17.
0.875	60	30	$\frac{8}{77}$
18.	19.	20.	
44	(1,4)	180	