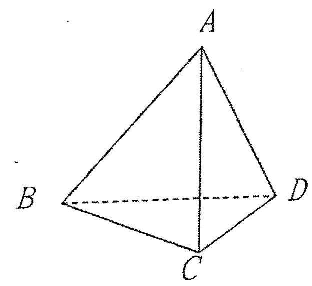
臺北市立成功高級中學102學年度第2學期高二數學科第一次期中考試題

班級:________ 座號:______ 姓名:________________

一、填充題：80分(每格5分，共16格)

1. 四面體 $A-BCD$ 中，$\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{AD}=4$，$\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{BD}=2$，則直線 AB 與直線 CD 的距離為____(A)____．
   底面與側面的夾角為 ϕ，則 $\cos\phi=$____(B)____．



2. $\overrightarrow{OA}=(2,-6,3)$，$\overrightarrow{OB}=(-4,6,12)$，$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+t\,\overrightarrow{OB}$ $(t>0)$，若 $\overrightarrow{OC}$ 平分 $\angle AOB$，則 $t=$____(C)____．

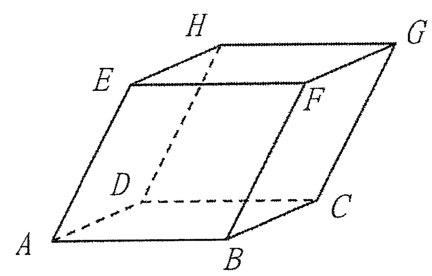
3. 已知空間三點 $A(1,2,-1)$，$B(4,3,0)$，$C(2,5,0)$，則
   (1) ΔABC 面積為____(D)____．
   (2) 設 $\overrightarrow{AB}$ 與 $\overrightarrow{AC}$ 的夾角為 θ，則 $\sin\theta=$____(E)____．
   (3) 點 C 至直線 AB 的距離為____(F)____．
   (4) $\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上的正射影為 $\overrightarrow{AD}$，則 D 點坐標為____(G)____．

4. 在空間坐標系中，設 xy 平面為一鏡面，有一光線過點 $P(1,2,-3)$ 射向鏡面上的點 $O(0,0,0)$，經反射後通過 Q 點，若 $3\overline{OQ}=\overline{OP}$，則 Q 點坐標為____(H)____．

5. 坐標平面上三直線 $L_1: x+5y=2a-2$，$L_2: 2x-3y=a-2$，$L_3: 3x-2y=3a-8$ 恰交一點，$a=$____(I)____．
   此交點坐標為____(J)____．

6. 在空間坐標中，$A(3,4,7)$，$B(1,1,2)$，C 在 yz 平面上，設 A,B,C 三點共線，則 C 點坐標為____(K)____．

7. 右圖為一平行六面體，其中 D 為原點，M 為 $\overline{AD}$ 中點，N 在 $\overline{BF}$ 上且 $\overline{BN}:\overline{NF}=1:3$，且 $C(2,6,2)$，$H(4,8,4)$，
   $M(6,4,8)$，則 N 點座標為____(L)____．



8. 設 $A(4,1,5)$，$B(-2,1,-1)$ 為空間坐標中的兩點，P 在直線 AB 上，且 $\overline{PA}:\overline{PB}=5:2$．
   (1) 若 P 在 $\overline{AB}$ 上，P 點坐標為____(M)____．
   (2) 若 P 不在 $\overline{AB}$ 上，P 點坐標為____(N)____．

9. 設空間中四點 $A(1,1,1)$，$B(6,4,3)$，$C(5,7,0)$，$D(2,8,4)$

(1) 試求以 $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{AD}$ 所展成的平行六面體的體積=____(O)____ .

(2) 求四面體 $A-BCD$ 的體積=____(P)____ .

二、計算題：20 分 （請於答案卷寫下計算過程，否則不予計分）

1.設 a,b,c 為 $x^3+2x^2+4x-24=0$ 的三根，則

(1) $\begin{vmatrix} b & b & c+a \\ a & b+c & a \\ a+b & c & c \end{vmatrix}$=________ .（5 分）

(2) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$=________ .（5 分）

2. 已知正三角形 ABC，邊長為 4，其內部一點 P 到三邊的距離分別為 x,y,z，則

(1) $x^2+4y^2+4z^2$ 的最小值為________ .（7 分）

(2) 此時 (x,y,z) = ________ .（3 分）

<試題至此結束>

臺北市立成功高級中學 102 學年度第 2 學期高二數學科第一次期中考答案卷

班級:________座號:______姓名:______________

一、填充題：80 分（每格 5 分，共 16 格）

(A)	(B)	(C)	(D)
(E)	(F)	(G)	(H)
(I)	(J)	(K)	(L)
(M)	(N)	(O)	(P)

二、計算題：20 分 （請寫下計算過程，否則不予計分）

1.設 a, b, c 為 $x^3+2x^2+4x-24=0$ 的三根，則

(1) $\begin{vmatrix} b & b & c+a \\ a & b+c & a \\ a+b & c & c \end{vmatrix}=$____________ .（5 分）

(2) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}=$____________ .（5 分）

2. 已知正三角形 ABC，邊長為 4，其內部一點 P 到三邊的距離分別為 x, y, z，則

(1) $x^2+4y^2+4z^2$ 的最小值為______________ .（7 分）

(2) 此時 $(x, y, z)=$______________ .（3 分）

臺北市立成功高級中學102學年度第2學期高二數學科第一次期中考答案卷

班級:________座號:______姓名:______________

一、填充題：80分（每格5分，共16格）

(A)	(B)	(C)	(D)
$\frac{\sqrt{11}}{2}$	$\frac{\sqrt{5}}{15}$	$\frac{1}{2}$	$3\sqrt{2}$
(E)	(F)	(G)	(H)
$\frac{6\sqrt{2}}{11}$	$\frac{6\sqrt{22}}{11}$	$(\frac{18}{11},\frac{43}{11},\frac{-4}{11})$	$(-\frac{1}{3},-\frac{2}{3},-1)$
(I)	(J)	(K)	(L)
5	(3, 1)	$(0,-\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$	(15, 16, 19)
(M)	(N)	(O)	(P)
$(\frac{-2}{7},1,\frac{5}{7})$	(−6, 1, −5)	130	$\frac{65}{3}$

二、計算題：20分 （請寫下計算過程，否則不予計分）

1.設 a, b, c 為 $x^3+2x^2+4x-24=0$ 的三根，則

(1) $\begin{vmatrix} b & b & c+a \\ a & b+c & a \\ a+b & c & c \end{vmatrix}=$_____−96_______.（5分）

(2) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}=$______−16______.（5分）

(配分比例參考)

(1) $= -4abc$ ……………………………（3分）

$= (-4)\times 24$ ……………………………（1分）

(或寫出 $abc=24$)

$= -96$ ……………………………（1分）

(2) $= -(a+b+c)[(a+b+c)^2-3(ab+bc+ca)]$ ……………（2分）

(或整理成 $-(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$)

$=-(-2)\times[(-2)^2-3(4)]$ ……………………（2分）

(或寫出 $a+b+c=-2$， $ab+bc+ca=4$)

$= -16$ ……………………………（1分）

2. 已知正三角形 ABC，邊長為4，其內部一點 P 到三邊的距離分別為 x, y, z，則

(1) $x^2+4y^2+4z^2$ 的最小值為________8________.（7分）

(2) 此時 $(x, y, z)=$____$(\frac{4\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3})$_____.（3分）

(配分比例參考)

(1) $x+y+z=2\sqrt{3}$ ……………………………（2分）

$[x^2+(2y)^2+(2z)^2][1^2+(\frac{1}{2})^2+(\frac{1}{2})^2]\geq(x+y+z)^2$ …..（2分）

$x^2+4y^2+4z^2\geq 8$ ……………………………（3分）

(2) $\frac{x}{1}=\frac{2y}{\frac{1}{2}}=\frac{2z}{\frac{1}{2}}=t$ ……………………………（1分）

$t=\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ……………………………（1分）

$(x, y, z)=(\frac{4\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3})$，有最小值8 …………（1分）

<背面可繼續作答>