

臺北市立成功高級中學 102 學年度第二學期一年級

數學科第一次期中考題目卷(第一頁)

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、是非題：(6分) 下列10個選項中 **恰有3個** 是正確的,請寫出題號,全對才給分.

- A. 「 $x=0$ 且 $y=0$ 」的否定敘述是「 $x \neq 0$ 且 $y \neq 0$ 」
- B. 若 a, b, c 為等比數列, 則 $b = \sqrt{ac}$
- C. 設 A, B, C 表三集合, 若 $A \cup B = A \cup C$, 則 $B = C$
- D. 設 A, B, X 均為非空集合, 若 $X \subset (A \cap B)$, 則 $X \subset A$ 且 $X \subset B$
- E. 設 A, B, C 為三集合, 則 $(A \cup B \cup C)' = A' \cap B' \cap C'$
- F. 若數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_{n+1} = na_n, n \in N$, 則 $\langle a_n \rangle$ 是等比數列
- G. $\sum_{k=1}^n (a_k b_k) = (\sum_{k=1}^n a_k)(\sum_{k=1}^n b_k)$, 在 $n \geq 2$ 時左式成立
- H. 若數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_n = n^2 - n + 41, n \in N$, 當 $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ 時, 得 a_n 分別為41, 43, 47, 53, 61, 71, 83都是質數, 則 $\langle a_n \rangle$ 的每一項都是質數
- I. $\sum_{k=1}^n 2^k$ 與 $\sum_{k=0}^{n-1} 2^{k+1}$ 表示同一級數
- J. 若一個等差數列首項為 a_1 , 公差為 d , 則前 n 項的和 $S_n = \frac{n[a_1 + (n-1)d]}{2}$

二、填充題：(每格 6分, 共 78分)

1. 設 A 是所有 20 的正因數所組成的集合, B 是除以 3 餘 2, 且不大於 20 的正偶數所組成的集合, 求集合 $B - A =$ _____.
2. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足, $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = \frac{n+1}{n+2} a_n \end{cases}, n \in N$, 求一般項 $a_n =$ _____.
3. 若三數 a, b, c 的和為 63, 當三數依序減去 1, 2, 12 時, $a-1, b-2, c-12$ 就成為等差數列, 則 b 的值为_____.
4. 設 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列, 已知首項 $a_1 = 600$, 公差為 -17 , 若首 n 項和最大, 則 $n =$ _____.
5. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = -4a_n + 3 \end{cases}, n \in N$, 求一般項 $a_n =$ _____.
6. 求級數和： $\sum_{k=2}^{10} (3k+1)(2k-1) =$ _____.
7. 求級數和： $\sum_{k=1}^7 \frac{1}{k(k+2)} =$ _____。(化為最簡分數)
8. 某次學科競試, 高一甲班 41 人當中, 數學、英文、國文及格者分別是 29 人、23 人、22 人, 而英數、國數、國英兩科都及格者分別是 20 人、18 人、15 人, 國、英、數三科都及格者共有 15 人, 那麼三科都不及格的人數共有_____人.

臺北市立成功高級中學 102 學年度第二學期一年級

數學科第一次期中考題目卷(第二頁)

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

9. 在下圖中, A, B, C, D, E 等 5 個區域, 圖形不得旋轉, 用 6 種不同顏色著色, 且相鄰的區域不同色, 則有_____種方法.

A	B
C	
D	E

10. 有一實數等比數列, 首四項的和為 5, 首八項的和為 85, 則此數列的公比為_____.
11. 自然數 12600 的正因數中, 求為完全平方數者有_____個.
12. 將 10 顆相同的糖果, 分裝成三包, 每包至少 1 顆, 共有_____種分法.
13. 設 n 是不大於 100 的正整數, 使 $\frac{n}{30}$ 不是最簡分數的 n 有_____個.

三、計算題:(16分)

已知 n 是正整數, 且 $3 \cdot 7^n + 2 \cdot 2^n$ 恆為某質數 P 的倍數.

(1) 試求質數 P . (6分)

(2) 請用數學歸納法證明你的推測 (10分)

臺北市立成功高級中學 102 學年度第二學期一年級

數學科第一次期中考 **參考答案卷**

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、二大題 每格 6 分共 84 分

一、是非題	二、填充 1	2	3
D E I	{8, 14} 沒寫大括號給半對	$\frac{2}{n+1}$	18
4	5	6	7
36	$\frac{3 + 7(-4)^{n-1}}{5}$	2241	$\frac{91}{144}$
8	9	10	11
5	2400	± 2	8
12	13		
8	74		

三、證明題(16 分)

1(1) 6分

P=5

(2) 10分

略