

臺北市立成功高級中學 102 學年度高二第二次數學科段考試卷

\*本試卷得分超過 100 分者，以 100 分計。

一、多選題：(每個選項 2 分，共 10 分)

( ) 1. 在  $3|x-1|+2|y|\leq 6$  的條件下，下列哪些正確？

- (A) 所圍成區域的面積為 12 (B)  $2x-3y$  的最大值為 11 (C) 恰可找到一組  $(x,y)$  滿足  $3x+2y$  有最小值為 -3  
(D)  $\frac{y+4}{x+4}$  的最大值為  $\frac{7}{5}$  (E)  $(x+1)^2+(y-1)^2$  的最小值為 1

( ) 2. 下列敘述何者錯誤？(A)  $x$  截距為  $a$  且  $y$  截距為  $b$  的直線，其方程式為  $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

(B) 若直線  $L$  與  $x$  軸正向的夾角為  $\alpha$ ，且  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ ，則  $L$  的斜率  $m = -\tan \alpha$

(C) 不等式  $ax+by+c < 0$ ，其中  $ab > 0$  之圖形為直線  $L: ax+by+c=0$  的左下方平面(不含直線)

(D)  $y=\sqrt{4-x^2}$  的圖形為一個圓 (E) 若一直線分別與  $x$  軸  $y$  軸截距的絕對值相等，其斜率不是 1 就是 -1

二、填充題：(第一類組答對 5 格以內，每格 7 分，超過 5 格後，每格 5 分，共 75 分；第二、三類組每格 5 分，共 65 分)

A. 已知  $\sin 20.1^\circ = 0.3437$ ， $\sin 20.2^\circ = 0.3453$ ，試估計  $\cos 69^\circ 50' =$  \_\_\_\_\_ (1) \_\_\_\_\_。(四捨五入計算到小數點以下第四位)

B. 在地面上  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點測得空中一風箏的仰角均為  $60^\circ$ ，且  $\overline{BC} = 60$ ， $\angle BAC = 30^\circ$ ，求風箏的高度 \_\_\_\_\_ (2) \_\_\_\_\_。

C. 已知座標平面上三點， $A(5,3)$ ， $B(4,4)$ ， $C(-4,0)$ ，

(1) 試以一個二元一次聯立不等式表示  $\triangle ABC$  內部的區域 \_\_\_\_\_ (3) \_\_\_\_\_。

(2) 直線  $y-5 = m(x-1)$  和  $\triangle ABC$  有交點，求實數  $m$  的範圍 \_\_\_\_\_ (4) \_\_\_\_\_。

(3) 求  $\triangle ABC$  的外接圓方程式 \_\_\_\_\_ (5) \_\_\_\_\_。

(4) 求過點  $(6,5)$  且與  $\triangle ABC$  之外接圓相切的切線方程式 \_\_\_\_\_ (6) \_\_\_\_\_。

D. 設  $A(1,6)$ ， $B(5,1)$ ，試求：

(1) 在  $y$  軸上找一點  $p$ ，使  $\overline{PA} + \overline{PB}$  有最小值，則  $p$  點坐標為 \_\_\_\_\_ (7) \_\_\_\_\_。

(2) 在  $y$  軸上找一點  $p$ ，使  $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2$  有最小值，則  $p$  點坐標為 \_\_\_\_\_ (8) \_\_\_\_\_。

E. 某工廠以  $A$ 、 $B$  兩種規格的紙板來生產甲乙兩產品， $A$  規格紙板每張可做甲產品 3 個和乙產品 5 個， $B$  規格紙板每張可做甲產品 6 個和乙產品 3 個。今接獲訂單，需供應甲產品 45 個，乙產品 40 個。假設  $A$  規格紙板用了  $x$  張， $B$  規格紙板用了  $y$  張，求數對  $(x,y)$  為何，才能達訂單需求且使紙板的總使用張數為最少 \_\_\_\_\_ (9) \_\_\_\_\_。

F. 自圓  $C: x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 = 0$  外一點  $P(-1,1)$  作兩切線，設切點分別為  $A$ 、 $B$ ，且圓心為  $O$ ，試求：

(1) 四邊形  $PAOB$  的面積為 \_\_\_\_\_ (10) \_\_\_\_\_。

(2)  $\triangle PAB$  的外接圓方程式為(以一般式作答，否則不予給分) \_\_\_\_\_ (11) \_\_\_\_\_。

G. 方程式  $x^2 + y^2 + 2mx + 4m^2 - 6m = 0$  圖形表一圓，(1) 則實數的範圍為 \_\_\_\_\_ (12) \_\_\_\_\_ (2) 求此圓的最大面積為 \_\_\_\_\_ (13) \_\_\_\_\_。

三、計算題

注意：一類組做第一題共 20 分；二、三類組做第一題與第二題共 30 分；224 全做，

各類組除上述規定外，多做其他題目，且完整答對者，每小題加 3 分，請斟酌個人能力與時間分配作答，貪多無益。

1. 直線  $L_1$  方程式為  $y = m_1x + 2$ ，直線  $L_2$  方程式為  $y = m_2x + 5$ ，若  $L_1$  與  $L_2$  皆過點  $P(a, b)$ ，其中  $a = 2b$ 。若  $L_1$ 、 $L_2$  與  $y$  軸分別交於  $Q, R$ ， $\overline{PR}$  與  $x$  軸交於  $S$ ， $O$  為原點；則
  - (1) 已知三角形  $PQR$  的面積為 6，請問數對  $(m_1, m_2, a, b)$  為何？(一類組 8%；二三類組 6%)
  - (2) 求  $m_1, m_2$  的關係式為何？(6%)
  - (3) 若三角形  $PQR$  的面積與三角形  $OPS$  的面積比為 1 : 2；請問數對  $(m_1, m_2, a, b)$  為何？(6%)
2. 線性規畫中，已知可行解區為五邊形  $ABCDE$ ，其中  $A(0, -3)$ ， $B(-3, 0)$ ， $C(0, 6)$ ， $E(6, 0)$ ，且目標為求  $\frac{1}{2}x + 3y$  的最大值。若在直線  $CD$  的條件限制未移除時，答案為 17；移除後為 31。
  - (1) 求原來直線  $CD$  的條件限制之不等式為何？(6%)
  - (2) 求移除直線  $DE$  的條件限制後，最大值為何？(6%)
3. 承上題，可行解區為五邊形  $ABCDE$  中，若目標為解  $\frac{2y - 29}{3x - 34}$  之最大最小值；移除直線  $CD$  的條件限制後最小值為  $\frac{1}{5}$ ，移除直線  $DE$  的條件限制後最大值為 2.7；試求  $D$  點座標？

臺北市立成功高級中學 102 學年度高二第二次數學科段考試卷

答案卷 班級: 姓名: 座號:

\*本試卷得分超過 100 分者，以 100 分計。

一、多選題：(每個選項 2 分，共 10 分)

1.	2.
----	----

二、填充題：(第一類組答對 5 格以內，每格 7 分，超過 5 格後，每格 5 分，共 75 分；第二、三類組每格 5 分，共 65 分)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
(11)	(12)	(13)		

三、計算題 (一類組做第一題 20%；二三類組做第一題與第二題 30%；224 全做)

臺北市立成功高級中學 102 學年度高二第二次數學科段考試卷

答案卷 班級: 姓名: 座號:

\*本試卷得分超過 100 分者，以 100 分計。

一、多選題：(每個選項 2 分，共 10 分)

1. ABD	2. ABCDE
-----------	-------------

二、填充題：(第一類組答對 5 格以內，每格 7 分，超過 5 格後，每格 5 分，共 75 分；第二、三類組每格 5 分，共 65 分)

(1) 0.3448	(2) $60\sqrt{3}$	(3) $\begin{cases} x+y < 8 \\ x-2y > -4 \\ x-3y < -4 \end{cases}$ (全對才給分)	(4) $m \geq 1$ or $m \leq -\frac{1}{3}$ (全對才給分)	(5) $(x-1)^2 + y^2 = 25$ (寫 $x^2 + y^2 - 2x - 24 = 0$ 給分)
(6) $x=6$ $y=5$	(7) $(0, \frac{31}{6})$	(8) $(0, \frac{7}{2})$	(9) (5,5)	(10) 12
(11) $x^2 + y^2 - x + 2y - 5 = 0$	(12) $0 < m < 2$	(13) 3		

三、計算題 (一類組做第一題 20%；二三類組做第一題與第二題 30%；224 全做)

(除規定題目外，多做其他題目，且完整答對者，每小題加 3 分)

1.

(1)  $(0, -\frac{3}{4}, 4, 2)$  或  $(1, \frac{7}{4}, -4, -2)$  (一類組 8%；二三類組 6%)

(2)  $10m_1 - 4m_2 = 3$  (6%)

(3)  $(\frac{9}{20}, \frac{5}{12}, 60, 30)$  ,  $(-\frac{1}{20}, -\frac{5}{12}, \frac{60}{11}, \frac{30}{11})$  (6%)

2.

(1)  $x + 4y \leq 24$  (6%)

(2) 15 (6%)

3.  $(\frac{16}{3}, \frac{8}{3})$