

臺北市立成功高級中學 102 學年度第一學期高三(自然組)數學科

第一次期中考試題卷

一、多重選擇題(30%)

1. 連續投擲一公正的硬幣 10 次，觀察並紀錄正反面出現情況，令隨機變數 X 表示正面出現次數， P_k 表示 10 次中恰出現 k 次正面的機率。則下列哪些選項正確？

(1) $P_5 = \frac{1}{2}$

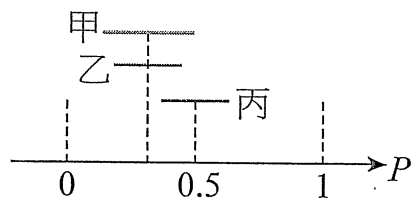
(2) $P_4 > P_7$

(3) $P_1 = P_9$

(4) $E(X) = 5$

(5) 投擲結果為正正正正正反反反反反的發生機率大於投擲結果為十次皆為正面的機率

2. 甲、乙、丙三人投擲一枚不均勻的硬幣各若干次（每人投擲次數可不相同），在各自選定的信心水準之下，作擲出正面機率的信賴區間。圖形如下圖所示（其中乙和丙的區間長度相同），則下列敘述正確的有那些？ (1) 丙擲出正面的比率最大 (2) 若信心水準相同，則甲的投擲次數比乙多 (3) 若投擲次數相同，則甲的信心水準比乙低 (4) 若信心水準相同，則丙的投擲次數比乙多 (5) 若乙、丙兩人投擲次數相同，則丙的信心水準比乙高。



3. 小王與另一名候選人共同參選角逐里長，其競選團隊請兩家民調公司作調查，結果如下：
甲民調公司：隨機抽樣 25 人，其中有 16 人對小王表示支持
乙民調公司：隨機抽樣 100 人，其中有 64 人對小王表示支持
(1) 對小王的的支持率，兩家民調公司所得結果相同 (2) 在 95% 的信心水準下，兩家民調公司所得抽樣的誤差會相同 (3) 在 95% 的信心水準下，兩家民調公司所得信賴區間相同 (4) 在 95% 的信心水準下，兩家民調公司都可推估小王一定會當選 (5) 在 95% 的信心水準下，若相同支持率，而欲使信賴區間長度減半，則抽樣的樣本數應為原來的 4 倍。

4. 教育部希望了解目前臺灣高中生近視的情形，近日對全臺分區做抽樣調查，依城鄉區分，所得結果如下。

	都會地區高中生	鄉村地區高中生
在 95%信心水準所得的信賴區間	[0.70, 0.74]	[0.62, 0.66]
抽樣學生人數	n_1	n_2

請問從此次抽樣調查結果可以得到下列哪些推論？ (1)此次抽樣的都會地區高中生近視比例高於鄉村地區高中生的近視比例 (2)由此次調查可知都會地區高中生真正近視的比例會落在 0.70 到 0.74 之間的機率為 95% (3)若重新抽樣調查，將抽樣人數均增加為原來的兩倍，在城鄉兩地所得 95%信心水準的信賴區間仍有相同的抽樣誤差 (4) 若不分城鄉兩地，此次抽樣調查在 95%信心水準所得的信賴區間誤差會小於 0.02 (5)若不分城鄉兩地，此次抽樣調查城鄉混合的高中生近視比例小於 0.68。

5. 國一學生 30 萬人，智商測驗的結果是「平均數 100，標準差 15」的常態分配。若以智商 130 以上做為甄選國一學生為資優生的門檻，則根據這次測驗的結果判斷下列選項中的敘述，哪些是正確的？ (1)約有 95%的國一學生不通過資優生甄選門檻 (2)約有 15 萬名國一學生的智商在 100 以上 (3)約有 20 萬 4 千名國一學生智商介於 85 至 115 之間 (4)隨機抽出 1000 名國一學生，可期望有 25 名資優生 (5)如果某偏遠學校只有 14 名的國一學生，那麼該校的國一學生就一定不會有資優生。

二、填充題(70%)

- 箱子內有大小材質相同的 3 顆白球和 6 顆黑球，請回答下列問題：
 - 每次取一球，取後放回，取 5 次，則 5 次中恰有兩次白球的機率為_____。
 - 每次取一球，取後放回，取 5 次，求取到白球個數的期望值_____。
 - 每次取一球，取後放回，取 5 次，求取到白球個數的變異數_____。
 - 每次取一球，取後不放回，取 3 次。則三次中恰有兩次白球的機率為_____。
 - 每次取一球，取後不放回，取 3 次。已知第三次取到白球，求第二次也是白球的機率為_____。
- 袋子中有 1 元硬幣 2 枚，10 元硬幣 2 枚，假設每個硬幣被抽中的機率均相同，則任取二枚，求得款的標準差為_____元。
- 天使隊與魔鬼隊球技相當，比賽採五戰三勝制沒有平手。若二隊事先約定，敗隊應付 2000 元給勝隊。目前，已打完第一戰且由天使隊獲勝，但此時因某事件而停賽。請回答下列問題：
 - 若繼續比賽，則天使隊得到獎金的機率為_____。
 - 若決定不再比賽，如按照機率處理，魔鬼隊應付給天使隊_____元才算合理。
- 一箱子中有 5 個燈泡，其中有 3 個是壞的。今從箱子中取出燈泡測試，一次取一個，取後不放回，若取出的燈泡是壞的，則停止不再拿取燈泡。則取出燈泡個數的期望值為_____。

個。

5. 已知隨機變數 X 的期望值 $E(X)=3$ ， X^2 的期望值 $E(X^2)=20$ ，則隨機變數 $(2X+1)$ 的變異數 $V(2X+1)$ 為_____。

6. 成功獎券每期發行 100000 張獎券，每張獎券上有一個 5 位數字號碼，每位數字可能為 0，1，2，...，9 共 10 種可能，每一種可能發生機會均等。每一期會抽出一個中獎號碼，每張獎券只能擇最高獎項得獎。中獎方式與獎金說明如下：

獎項	金額	中獎方式
壹獎	5000 元	五位數字與中獎號碼完全相同
貳獎	1000 元	末四位數字與中獎號碼完全相同
參獎	100 元	末三位數字與中獎號碼完全相同

舉例來說，若中獎號碼為 01234，則號碼 10234 中參獎，號碼 11234 中貳獎。求每張獎券中獎金額的期望值為_____元。

7. 為講解信賴區間與信心水準，數學老師請全班 36 位同學使用老師提供的亂數表模擬投擲均勻銅板 25 次。模擬的過程如下：隨機指定給每位同學亂數表的某一個位置，從該位置算起從左到右讀取出 25 個數字；如果數字為 1、3、5、7、9 時，對應投擲銅板得到正面；而數字為 2、4、6、8、0 時，對應投擲得到反面。今某同學被指定由附表的第 3 列第 11 行起，由左到右讀取數字。則該同學計算銅板出現正面的機率在 95% 信心水準下的信賴區間為_____。

29280	39655	18902	92531	90374	07109	26627	59587	84340	98351
20123	82082	55477	22059	43168	12903	13436	25523	21090	73449
66405	35287	33248	67657	07702	01474	66068	11125	59258	30138
97299	83419	13069	17826	76984	48906	10567	17829	00723	46700
83923	92076	98880	33942	46841	58731	36513	16681	88722	61984

8. 消基會發現某工廠生產的商品中含人工香精的比例偏高，若已知該商品中含人工香精的比例介於 20% 到 40% 之間。若消基會希望抽樣調查該商品含人工香精比例的 95% 信賴區間，則最少需抽驗_____件商品，才能保證抽樣誤差不超過 1%。
9. 求 $C_1^{100} + 2C_2^{100} + 3C_3^{100} + \dots + 99C_{99}^{100} + 100C_{100}^{100} =$ _____。(請寫成 $a \times b^n$ 的型式，其中 a, b, n 為正整數，且 a, b 互質)

臺北市立成功高級中學 102 學年度第一學期高三(自然組)數學科

第一次期中考答案卷

班級座號_____姓名_____

一、多重選擇題(30%，只錯 1 選項得 4 分；只錯 2 選項得 2 分；錯 3 個以上得 0 分)

1.	2.	3.	4.	5.

二、填充題(70%)

1.(1)	1.(2)	1.(3)	1.(4)
1.(5)	2.	3.(1)	3.(2)
4.	5.	6.	7.
8.	9.		

臺北市立成功高級中學 102 學年度第一學期高三(自然組)數學科

第一次期中考答案

一、多重選擇題 (30%，只錯 1 選項得 4 分；只錯 2 選項得 2 分；錯 3 個以上得 0 分)

1.	2.	3.	4.	5.
234	14	15	145	234

二、填充題(70%，每格 5 分)

1.(1)	1.(2)	1.(3)	1.(4)
$\frac{80}{243}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{3}{14}$
1.(5)	2.	3.(1)	3.(2)
$\frac{1}{4}$	$3\sqrt{3}$	$\frac{11}{16}$	750
4.	5.	6.	7.
$\frac{3}{2}$	44	0.23	[0.168, 0.552]
8.	9.		
9600	25×2^{101}		