

台北市立成功高級中學
101 學年度第二學期

三年級第一類組數學科第一次期中考試題

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、選擇題：(每題 5 分；錯一個選項得 3 分；錯二個選項得 1 分；其餘均不給分)

1. 下列無窮數列何者會收斂？

(A) $\langle \frac{(-1)^n}{n} \rangle$ (B) $\langle (-1)^n \rangle$ (C) $\langle \frac{n}{2^n} \rangle$ (D) $\langle \cos \frac{n\pi}{2} \rangle$ (E) $\langle \frac{2^n + 7^n}{5^n} \rangle$ (F) $\langle \tan n\pi \rangle$ 。

2. 下列敘述何者正確？

(A) 若 $\langle a_n \rangle$ 收斂，則 $\langle (a_n)^2 \rangle$ 收斂； (B) 若 $\langle a_n \rangle$ 收斂，則 $\langle \frac{1}{a_n} \rangle$ 收斂；

(C) 若 $\langle a_n \rangle$ 收斂，則 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收斂； (D) 若 $\langle a_n \rangle$ 、 $\langle b_n \rangle$ 發散，則 $\langle a_n b_n \rangle$ 發散；

(E) 若 $\langle a_n \rangle$ 收斂且 $\langle b_n \rangle$ 發散，則 $\langle a_n + b_n \rangle$ 發散。

3. 下列函數何者為偶函數：

(A) $f_1(x) = x^3 \cos x$ (B) $f_2(x) = x \sin x$ (C) $f_3(x) = \sqrt{|x|}$ (D) $f_4(x) = |x^3 + 5x + 7|$

(E) $f_5(x) = 2^x - 2^{-x}$ 。

二、填充題：(每格 5 分)

1. 試求下列各值：

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{11n-1}{8n+3} \cdot \frac{\cos n\pi}{n} \right) = \underline{\hspace{2cm}} \text{ (A) } ;$ (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3}{3n^4 + 8n^3} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ (B) } ;$

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 4^n + 5^{n+2}}{5^n} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ (C) } ;$ (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^3 - 5n^2}{1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + n \times (n+1)} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ (D) } ;$

(5) 設無窮數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $30n^2 - 2 < n^2(a_n + 1) + n < 30n^2 + n + 5$ ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \underline{\hspace{2cm}} \text{ (E) } ;$

(6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2^{n+2}}{5^n} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ (F) } 。$

2. 令 $S_n = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$ ， $n \in \mathbb{N}$ 。試求

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \underline{\hspace{2cm}} \text{ (G) } ;$

(2) 設上述的極限為 S ，則滿足 $|S - S_n| < \frac{1}{2^{11}}$ 的最小自然數 $n = \underline{\hspace{2cm}} \text{ (H) } 。$

3. 若無窮數列 $\langle \frac{x^{n+1}}{(2x+1)^n} \rangle$ 收斂，則 x 的範圍為 (I)。
4. 邊長為 10 的正三角形 T_1 ，連接各邊中點得三角形 T_2 ，再連接 T_2 的各邊中點得三角形 T_3 ，依此類推，得 $T_4, T_5, T_6, T_7, \dots$ ，則三角形 $T_1, T_2, T_3, \dots$ 的面積和為 (J)。
5. 若一等比數列的第二項為 $3\bar{3}$ ，第四項為 $4.1\bar{6}$ ，則此數列的第八項為 (K)。
6. 若一無窮等比級數的和為 7，各項平方和為 98，則此級數的首項為 (L)。
7. 設高斯函數 $f(x) = [x]$ ， $g(2x+1) = f(3x+20)$ ，則 $(g \circ f)(-7.5) = \underline{(M)}$ 。
8. 設函數 $h(x) = \sqrt{-2x^2 - x + 3}$ ， $k(x) = \sqrt{1-x}$ ，則函數 $\left(\frac{k}{h}\right)(x)$ 的定義域為 (N)。
9. 設函數 $f(x) = \begin{cases} 6 & , x \leq 0 \\ -x^2 + x + 6 & , 0 < x < 5 \\ -14 & , x \geq 5 \end{cases}$ 試求
- (1) $(f \circ f \circ f \circ f \circ f \circ f)(2) = \underline{(O)}$ ； (2) 函數 $f(x)$ 的值域為 (P)。
10. 將函數 $y = 3x^2 + 2x + 1$ 圖形向左平移 3 單位，再向上平移 2 單位，所得圖形所代表的方程式為 $y = ax^2 + bx + c$ ，則數對 $(a, b, c) = \underline{(Q)}$ 。

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、選擇題：(每題 5 分；錯一個選項得 3 分；錯二個選項得 1 分；其餘均不給分)

1.	2.	3.
----	----	----

二、填充題：(每格 5 分)

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
(F)	(G)	(H)	(I)	(J)
(K)	(L)	(M)	(N)	(O)
(P)	(Q)			

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、選擇題：(每題 5 分；錯一個選項得 3 分；錯二個選項得 1 分；其餘均不給分)

1. ACF	2. AE	3. BC
--------	-------	-------

二、填充題：(每格 5 分)

(A) 0	(B) $\frac{1}{12}$	(C) 25	(D) 21	(E) 29
(F) $\frac{8}{7}$	(G) $\frac{1}{2}$	(H) 512	(I) $x > \frac{-1}{3} \text{ or } x \leq -1$	(J) $\frac{100\sqrt{3}}{3}$
(K) $\frac{625}{96}$	(L) $\frac{28}{3}$	(M) 6	(N) $(\frac{-3}{2}, 1)$	(O) -14
(P) $[\frac{25}{4}, -14]$	(Q) (3, 20, 36)			