

成功高級中學 101 學年度下學期 高一數學科 第一次段考

題目卷

一、多選題 (每題 8 分，答錯一選項扣 4 分，扣至該題得分 0 分為止)

( ) 1、已知  $\{a_n\}$  為一等差數列，請問下列何者亦為等差數列？ (A)  $\{3a_n - 1\}$

(B)  $\{2^{a_n}\}$  (C)  $\{a_n^2 + a_n\}$  (D)  $\{a_{n+1} - a_n\}$  (E)  $\{a_{3n}\}$

( ) 2、已知一遞迴數列關係式為  $\begin{cases} a_1 = 4 \\ na_n = (n+1)a_{n-1} + n(n+1), n \geq 2, n \in N \end{cases}$ ，請問

以下何者正確？ (A)  $a_2 = 8$  (B)  $a_3 = 16$  (C)  $a_4 = 27$

(D)  $a_n - a_{n-1} = 2n + 1, n \geq 2$  (E)  $a_n = 5n - 1$

二、填充題(共 74 分)

1、已知一數列遞迴關係式為  $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_n = 2a_{n-1} - 3, n \geq 2, n \in N \end{cases}$ ，

試求  $a_n =$  ①， $n \in N$

2、一等差數列  $\{a_n\}$ ， $a_4 = 3$ 、 $a_{10} = 13$ ，試求  $a_{25} =$  ②

3、有一規則數列  $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{1}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{4}{1}, \frac{1}{8}, \frac{2}{7}, \frac{3}{6}, \dots$ ，試問

(1)  $\frac{15}{18}$  為此數列的第幾項數字？ ③

(2) 第 40 項數字為何？ ④

4、數列  $\{a_n\}$  中，已知  $a_1 = 5$ ， $a_n = a_{n-1} + 2n - 3 (n \geq 2)$ ， $n \in N$ ，試求  $a_{30} =$  ⑤

5、 $\sum_{k=1}^{10} k(k-2) =$  ⑥

6、 $1 + (1+2) + (1+2+3) + \dots + (1+2+3+\dots+15) =$  ⑦

7、 $\sum_{k=1}^8 \frac{2k-1}{3^k} =$  ⑧

8、有三數成等比數列，已知其和為 26，其平方和為 364，求此三數中最大數為

⑨

9、 $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{4 \times 6} + \cdots + \frac{1}{10 \times 12} =$  ⑩

10、已知一等差數列前 10 項和為 20，前 40 項和為 152，試求前 20 項和為 ⑪

11、如下圖，將正整數由下列方式排列，若將數字 1 正右方數字 {2, 11, 28, ...}

視為一數列  $a_n$ ， $n \in N$ ，試問：(1)  $a_5 =$  ⑫

(2) 試求一般項  $a_n =$  ⑬， $n \in N$

|         |   |                |   |                   |
|---------|---|----------------|---|-------------------|
| 5 4 3   |   | 17 16 15 14 13 |   | 17 16 15 14 13 ·  |
| 6 1 2   | → | · 5 4 3 12     | → | 18 5 4 3 12 ·     |
| 7 8 ... |   | · 6 1 2 11     |   | 19 6 1 2 11 ·     |
|         |   | · 7 8 9 10     |   | 20 7 8 9 10 27    |
|         |   |                |   | 21 22 23 24 25 26 |

12、一數列首項為 1，且滿足  $2a_{n+1} \times a_n = a_{n+1} - a_n$ ， $n \in N$ ，試求  $a_{10} =$  ⑭

### 三、計算證明題(10 分)

試證明對於所有正整數  $n$ ， $2^{6n-3} + 3^{2n-1}$  恆為某一質數  $P$  的倍數

(1) 求此質數  $P$  (2 分) (2) 試以數學歸納法驗證(1)是正確的(8 分)

成功高級中學 101 學年度下學期 高一數學科 第一次段考

解答卷

一、多選題 (每題 8 分，答錯一選項扣 4 分，答錯兩個選項以上不得分，共 16 分)

|          |        |
|----------|--------|
| 1、 A D E | 2、 B D |
|----------|--------|

二、填充題 (依下列表列計分，共 74 分)

|      |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 答對題數 | 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 得分   | 8 | 16 | 22 | 28 | 34 | 40 | 46 | 52 | 58 | 62 | 66 | 69 | 71 | 74 |

|                     |                                                    |         |
|---------------------|----------------------------------------------------|---------|
| ① $-2^{n-1}+3$      | ② 3 8                                              | ③ 4 6   |
| ④ $\frac{9}{24}$    | ⑤ 8 4 6                                            | ⑥ 2 7 5 |
| ⑦ 6 8 0             | ⑧ $\frac{728}{729}$                                | ⑨ 1 8   |
| ⑩ $\frac{175}{264}$ | ⑪ <del><math>\frac{n(n+1)(n+2)}{3}</math></del> 52 | ⑫ 8 6   |
| ⑬ $4n^2-3n+1$       | ⑭ $-\frac{1}{17}$                                  |         |

三、計算證明題(10 分)

( 1 ) P = 1 1

( 2 )