

臺北市立成功高中一〇一學年度上學期高二期末考數學試題

填充題，共 20 格，每格 5 分

※直線方程式請整理成一般式；圓方程式請整理成標準式，否則不予計分。

一、平面上三點 $A(1,1)$ 、 $B(2,7)$ 、 $C(5,4)$ ，求：

(1) $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $\overrightarrow{BC}$ 上之單位向量為 $\underline{\hspace{2cm}}$

(3) $\overrightarrow{BA}$ 在 $\overrightarrow{BC}$ 上之正射影為 $\underline{\hspace{2cm}}$

(4) 三角形 ABC 之面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$

二、平面上一直線 $L: 5x + 12y - 2 = 0$ 與圓 $C: (x-3)^2 + (y-13)^2 = r^2, r > 0$ 相切，則切點坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$

三、圓 $C: (x-3)^2 + (y-2)^2 = r^2$ ，點 $P(5,6)$ 在圓 C 上，則過點 P 之切線方程式為 $\underline{\hspace{2cm}}$

四、平面上有一正三角形 ABC ，邊長為 4，若平面外有一點 P ， $\overline{PB} = \overline{PC} = 4, \overline{PA} = 2$ ，求：

(1) 三角形 PBC 與三角形 ABC 之兩面角的正弦值(即 $\sin$ 值)為 $\underline{\hspace{2cm}}$

(2) 點 P 到三角形 ABC 之最短距離為 $\underline{\hspace{2cm}}$

(3) 四面體 $PABC$ 之體積為 $\underline{\hspace{2cm}}$

五、平面上兩直線 $L_1: 3x - 4y + 1 = 0, L_2: 5x + 12y - 17 = 0$ 之銳角平分線方程式為 $\underline{\hspace{2cm}}$

六、有一線段，長度為 3，剪成兩段，其中一段圍成一正方形，另一段圍成一圓形，則正方形和圓形之面積和最小為 $\underline{\hspace{2cm}}$

七、過點 $Q(1,-5)$ 且與圓 $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0$ 相切之切線方程式為 $\underline{\hspace{2cm}}$ (全對才給分)

八、 設 $\vec{a}=(3,2)$ 、 $\vec{b}=(x,1)$ 、 $\vec{c}=(x,y)$ ，若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 且 $\vec{a} \perp \vec{c}$ ，則 $x+y$ 的值為_____

九、 圓 $C: x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$ ，點 $P(33,36)$ ，則圓 C 上距點 P 之最近點坐標為_____

十、 $\begin{vmatrix} 2012 & 4024 \\ 118 & 235 \end{vmatrix} = 2012A$ ，則整數 $A=$ _____

十一、 圓 $C: x^2 + y^2 + 2x + 2y - 1 = 0$ ，過圓外一點 $P(7,5)$ 對圓 C 作切線得切點 Q, R ，則三角形 PQR 之外接圓方程式為_____

十二、 已知兩向量 $\vec{a}, \vec{b}$ ， $|\vec{a}| = \sqrt{7}$ ， $|\vec{b}| = \sqrt{3}$ ， $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$ ，則 $|3\vec{a} - 2\vec{b}| =$ _____

十三、 三角形 ABC 中， $\overline{AB} = \sqrt{10}$ ， $\overline{BC} = \sqrt{11}$ ， $\overline{AC} = \sqrt{13}$ ，則內積 $\overline{AB} \cdot \overline{BC} =$ _____

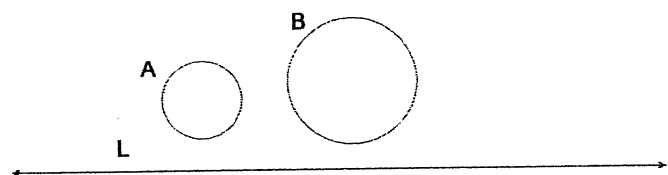
十四、 操場上一旗竿 $\overline{AB}$ 長 15 公尺，竿底點 B 對一筆直跑道之垂足為 C 點，跑道上另一點 D ，若 $\overline{BC} = 20$ 公尺， $\overline{CD} = 60$ 公尺，則 $\overline{AD}$ 長為_____公尺

十五、 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$ ， $\Delta_x = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$ ， $\Delta_y = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$ ，下列哪些選項表示方程組有解？
(全對才給分)

(A) $\Delta = 0$ (B) $\Delta_x = \Delta_y = 0$ (C) $\Delta = \Delta_x = \Delta_y = 0$ (D) $\Delta \neq 0$ (E) $\Delta = 0$ 且 $\Delta_x \neq 0$

思考題，不算分，給有興趣的同學思考

如圖，平面上給定兩圓及一直線，則同時和圓 A ，圓 B ，直線 L 都相切的圓有八個，你能找得到哪些呢？



祝各位同學有個美好的寒假及春節

臺北市立成功高中一〇一學年度上學期高二期末考數學答案卷

班級：_____ 姓名：_____ 座號：_____

填充題，共 20 格。自然組每格 5 分；社會組答對十格內每格 6 分，十格以上每格 4 分

一、(1) 15	一、(2) $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}})$	一、(3) $(\frac{5}{2}, \frac{-5}{2})$	一、(4) $\frac{21}{2}$
二 $(-2, 1)$	三 $x+2y-17=0$	四、(1) $\frac{\sqrt{11}}{6}$	四、(2) $\frac{\sqrt{33}}{3}$
四、(3) $\frac{4}{3}\sqrt{11}$	五 $x-8y-31=0$	六 $\frac{9}{16+4\pi}$	七 $3x+4y+17=0$ 或 $x-1=0$
八 $-\frac{3}{4}$	九 $(6, 0)$	十 -1	十一 $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 25$
十二 $\sqrt{51}$	十三 -4	十四 65	十五 (B)(C)(D)