

臺北市立成功高級中學 101 學年度第一學期高三自然組數學期末考試卷

答對 10 格以內(含)每格 6 分，超過 10 格的部分每格 4 分，總分 100 分

一、選擇題 全對才給分

1. 設 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ，若 $x^2 + y^2 + 2x \sin \theta - 2y \sin(2\theta) + 1 = 0$ 表一圓，則 θ 的範圍為下列哪一個選項？(單選題)

(A) $0 < \theta \leq \frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{4} \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{\pi}{3} \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ (E) $\frac{\pi}{6} < \theta < \frac{\pi}{2}$ 。

2. 設 $x > 0$ ， $f(x) = (\log_2 x)^2 + \log_2 x^2 - 3$ ，則下列何者正確？(請選出正確的二個選項)

(A) $y = f(x)$ 的圖形為拋物線的一部分 (B) $f(x)$ 的最小值為 -4 (C) $f(x)$ 為遞增函數 (D) 方程式 $f(x) = 0$ 有兩個相異實根 (E) 方程式 $f(x) = 0$ 恰有一正根。

3. 令 $R = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ ， $S = \begin{bmatrix} -4 & x & 5 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$ ，並設 $RS = I_3$ (三階單位方陣)，則下列選項何者正確？(請選出正

確的三個選項)

(A) $x = 3$ (B) $x = -6$ (C) $SR \neq RS$ (D) $SR = I_3$ (E) $R^2 S^2 = I_3$ 。

二、填充題

1. 試化簡 $\left(\frac{\sqrt{3}+i}{1+i}\right)^6 = \underline{\hspace{2cm}} (1) \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. $Z = (\cos 160^\circ - 1) + i \sin 160^\circ$ ，則 $|Z| = \underline{\hspace{2cm}} (2) \underline{\hspace{2cm}}$ ， Z 的主幅角為 $\underline{\hspace{2cm}} (3) \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 設 $\omega = \cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}$ ，試求：

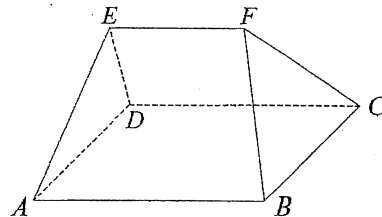
i. $(2+\omega)(2+\omega^2)(2+\omega^3)(2+\omega^4) = \underline{\hspace{2cm}} (4) \underline{\hspace{2cm}}$ 。

ii. $\frac{\omega}{1+\omega^2} + \frac{\omega^2}{1+\omega^4} + \frac{\omega^3}{1+\omega^6} + \frac{\omega^4}{1+\omega^8} = \underline{\hspace{2cm}} (5) \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 將 $x^6 + x^4 + x^2 + 1 = 0$ 的六個根標示於高斯平面上可得六邊形，則此六邊形之面積為 $\underline{\hspace{2cm}} (6) \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 平面上有正三角形，其中二頂點分別為原點和 $(6, 2)$ ，而第三個頂點位於第一象限，則第三個頂點坐標為 $\underline{\hspace{2cm}} (7) \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 如右圖， $ABCD-EF$ 是一個房子的屋頂， $ABCD$ 是一長方形， $\overline{AB} = 5$ 公尺，上樑 $\overline{EF} = 3$ 公尺，且對稱的放在比長方形 $ABCD$ 正上方高 3 公尺處，平面 ADE 與平面 BCF 交於一直線，此直線與平面 $ABCD$ 的距離為 $\underline{\hspace{2cm}} (8) \underline{\hspace{2cm}}$ 。



7. 對於每個自然數 n ，拋物線 $y = (n^2 + n)x^2 - (2n+1)x + 1$ 與 x 軸，相交於 A_n, B_n 兩點，以

$\overline{A_n B_n}$ 表示該兩點間的距離，則 $\overline{A_1 B_1} + \overline{A_2 B_2} + \overline{A_3 B_3} + \cdots + \overline{A_{2013} B_{2013}}$ 的值為 $\underline{\hspace{2cm}} (9) \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 若 A 為聯立不等式 $\begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \\ y - x \leq 2 \end{cases}$ 所表示的平面區域，則當 a 的值從 -2 增加到 1 時，動直線 $x + y = a$ 掃過 A 中的部

分區域面積為 $\underline{\hspace{2cm}} (10) \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. $\triangle ABC$ 中， M 是 $\overline{BC}$ 的中點， $\overline{AM}=1$ ，點 P 在 $\overline{AM}$ 上且滿足 $\overline{AP}=3\overline{PM}$ ，則 $\overline{AP} \cdot (\overline{PB} + \overline{PC}) =$ (11)。

10. 企業負責人配合政策，欲以9年時間讓員工薪水加倍(即第10年開始的薪水大於或等於目前的兩倍)，如果每年調薪 $a\%$ ，其中 a 為整數，則 a 的最小值為 (12) (請依下列數據計算， $\log 2 = 0.301$)

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\log(1+0.01x)$	0.0043	0.0086	0.0128	0.0170	0.0212	0.0253	0.0294	0.0334	0.0374

11. 有紅、白、黃三種大小一樣的正立方體積木各10個，從中取出6個積木排成一列，規定相同顏色必須相連，共有 (13) 種排法。

12. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=4$ ， $\overline{AC}=2\sqrt{5}$ 及 $\cos \angle BAC = \frac{1}{\sqrt{5}}$ ，則 $\sin \angle ACB =$ (14)。

13. 坐標平面上一彈珠由(10,4)處彈出，碰到 x 軸上點 p 後彈性碰撞到(-4,3)，則 p 點座標為 (15)。

14. 設直圓柱的底直徑為20公分，今有一平面與圓柱的底夾成 60° 的角，而將直圓柱截出一橢圓，此橢圓兩焦點的距離為 (16)。

15. 已知11個數值的算術平均數是50，標準差是3，若將其中一數『50』刪除後，則剩下10個數值之變異數為 (17)。

臺北市立成功高級中學 101 學年度第一學期高三自然組數學期末考答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

答對 10 格以內(含)每格 6 分，超過 10 格的部分每格 4 分，總分 100 分

一、 選擇題 全對才給分

1. (單選題)	2. (請選出正確的三個選項)	3. (請選出正確的三個選項)
E	BD	BDE

填充題

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
$-8i$	$2\sin 80^\circ$	170°	11	2
(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
$1+\sqrt{2}$	$(3-\sqrt{3}, 1+3\sqrt{3})$	$\frac{15}{2}$	$\frac{2013}{2014}$	$\frac{7}{4}$
(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
$\frac{3}{8}$	9	93	$\frac{4}{5}$	$(2, 0)$
(16)	(17)			
$20\sqrt{3}$	9.9			