

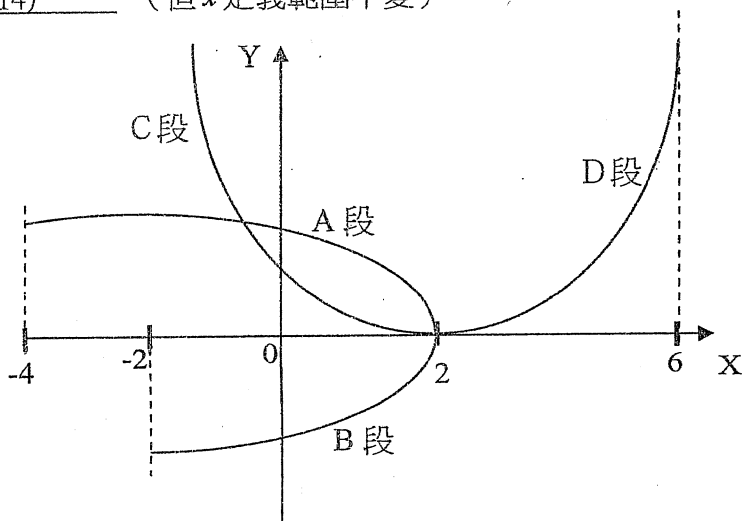
台北市立成功高級中學 101 學年度第一學期 高一 數學試題

一、多重選擇題

- 有關函數的敘述，何者恆為真？
 - 滿足函數的定義中，定義域和值域恆有一個特殊的對應關係；在定義域縮小或放大時，這個對應關係都必然成立。
 - 型如： $y = ax + b$ 的函數稱為一次函數，又稱為線性函數。
 - 定義在 $x \in R$ 的二次函數中，函數的最大值與最小值只可能存在其一，不可能兩者同時存在。
 - 定義在 $x \in R$ 的單項函數中，函數的最大值與最小值只可能存在其一，不可能兩者同時存在。
 - 奇函數與偶函數相加後的新函數，既不是奇函數也不是偶函數。
- 已知 a, b, c, d 均為有理數， x, y 均為無理數，則下列敘述何者恆為真？
 - 若 $x \neq y$ ，則 x, y 之間存在無限多個有理數，其中沒有最大的有理數，也沒有最小的有理數。
 - 若 $a + b\sqrt{3} = c + d\sqrt{3}$ ，則 $a = c$ 且 $b = d$ 。
 - $a - bx$ 為無理數。
 - 若 $a < b$ ，則 $\frac{2a+b}{3} < \frac{3a+b}{4} < \frac{4a+b}{5}$ 。
 - 若 $m \in R$ ， m^9 與 m^5 均為有理數，則 m 為有理數。

二、填充題

- 設 a, b, c, d 均為實數，若 $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 7 \leq 2a - 4b - 2c + 2d$ ，則 $a + b + c + d$ 之值為(1)。
- $0.237 \times 0.36 =$ (2)。
- 若 $\sqrt{41 - 12\sqrt{5}} = x + y$ ，其中 x 為整數，且 $0 < y < 1$ ，則 $y - \frac{4}{y} =$ (3)。
- 設 $x > 0, y > 0$ ，且 $2x + 5y = 21$ ，求 x^2y 之最大值為(4)，此時數對 $(x, y) =$ (5)。
- 因式分解下列各式：(1) $9x^4 + 5x^2 + 1 =$ (6)。(2) $2x^2 - 3xy - 2y^2 - 2x - 11y - 12 =$ (7)。
- 若 $x, y \in R, \left|x - \frac{1}{2}\right| \leq \frac{3}{2}, |y - 3| \leq 2$ ，則(1) $x - y$ 的範圍(8)；(2) $xy - 3x$ 的範圍(9)。
- 設 a, b 均為實數，若 $|ax + 6| \geq b$ 之解為 $x \geq 5$ 或 $x \leq -1$ ，則數對 $(a, b) =$ (10)。
- 將分母有理化 $\frac{4}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}} =$ (11)。
- 設數線上三點 $A(-3), B(5), O(0)$ ，以 $\overline{AB}$ 為直徑作一半圓，過原點 O 作數線的垂線交半圓於 C ，再以 O 為圓心， $\overline{OC}$ 為半徑畫弧，交數線右側一點 P ，則點 P 的坐標為(12)。
- 若 $f(x)$ 圖形僅定義 x 在 -4 與 6 之間，由頂點為 $(2, 0)$ 的兩個拋物線的部分圖形組成，以頂點為依據分成A、B(上下)、C、D(左右)四段曲線(如圖不再延長)。你有多種方法可以進行調整，使得 $f(x)$ 在改變之後成為函數。方法一：改定義域為(13)。
方法二：取走那些段圖形：(14)。(但 x 定義範圍不變)



- 1 2、小丁丁對一次函數中直線斜率的定義做出了個人的改變：當縱坐標 y 值增加一個單位時，對應的橫坐標 x 值的變化量。在此改變之下，若今有一次直線為 $L: y = \alpha x + \beta$ ，當 y 值增加三個單位時，則 x 值的變化量為 (15) 。
- 1 3、設 $f(x)$ 是 x 的二次函數，且通過 $(-2,0)$ ， $(-8,0)$ ， $(0,4)$ 三點；則 $f(x)$ 函數為 (16) 。
(請以 $f(x) = a(x-h)^2 + k$ 的形式作答，否則不予給分)
- 1 4、將 $y = 2x^2$ 的圖形向右平移 5 單位，再向下平移 3 單位，得 $y = 2x^2 + bx + c$ 的圖形；則序對 $(b, c) =$ (17) 。
- 1 5、若對每一個實數 x 而言， $(m-2)x^2 + 2(2m-3)x + 5m-6$ 的值恆不為負，則 m 的範圍為何？
 (18) 。

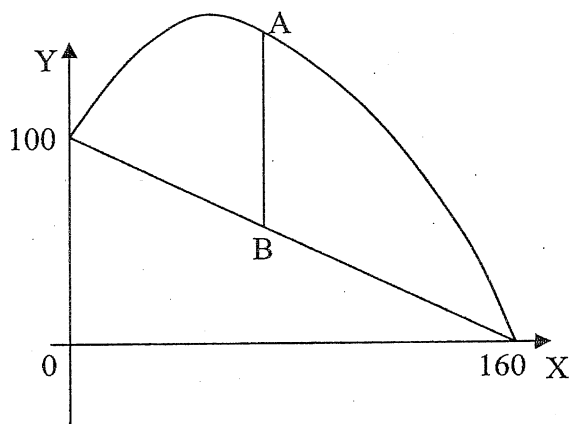
三、計算題

- 1、小丁丁站在斜坡的小山上（以山高 100 公尺計算），向空中發射一水火箭，以拋物線

$$y = -\frac{1}{64}x^2 + 1.875x + 100$$

的軌跡掉落，正好在山腳下標值 160 的位置（如圖）。在水火箭掉落過程中與

水平面的垂直方向中與斜坡距離最大為 $\overline{AB}$ （如圖中 $\overline{AB}$ ），則 $\overline{AB}$ 為何？又此時水火箭的位置 A 坐標為何？



- 2、已知函數 $f(x) = |x-2| + |2x-3| + |\frac{1}{2}x-2| - 3x$ ，(1)請分段討論；(2)畫函數圖；(3)當 x 為何值時，函數有最小值為何？

台北市立成功高級中學 101 學年度第一學期 高一 數學答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

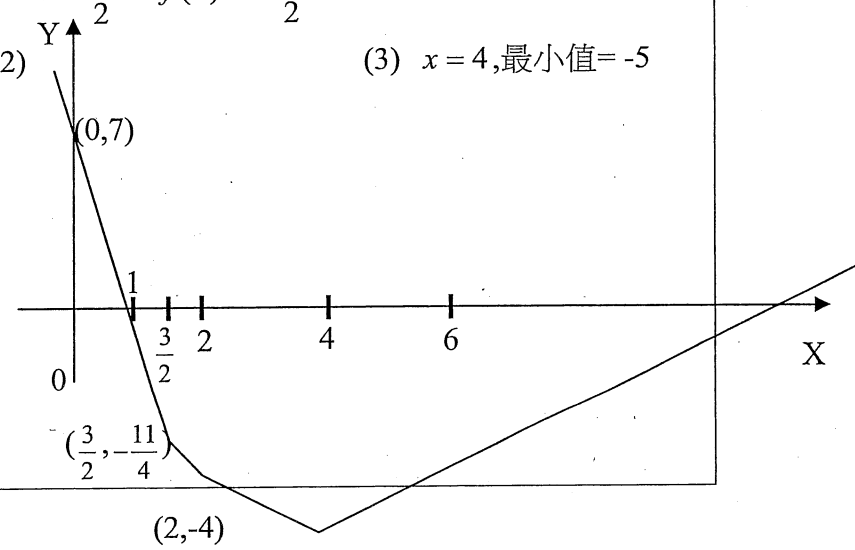
一、多重選擇題(10%) (錯一個選項，得 2 分；錯兩個以上(含)，全錯)

1. C	2. ABE
------	--------

二、填充題 (74%，答對 10 格內，每格 5 分；超過 10 格，每格 3 分。 $10 \times 5 + 8 \times 3 = 74$)

(1) -1	(2) $\frac{94}{1089}$	(3) $-2\sqrt{5}$	(4) $\frac{343}{5}$	(5) $(7, \frac{7}{5})$
(6) $(3x^2 - x + 1)(3x^2 + x + 1)$	(7) $(2x + y + 4)(x - 2y - 3)$	(8) $-6 \leq x - y \leq 1$	(9) $-4 \leq xy - 3x \leq 4$	(10) $(-3, 9)$
(11) $2 + \sqrt{2} - \sqrt{6}$	(12) $\sqrt{15}$	(13) $-4 \leq x \leq -2 \vee 2 \leq x \leq 6$ $-4 \leq x \leq -2$ $2 \leq x \leq 6$ (以上三擇一皆對)	(14) CB 兩段	(15) $\frac{3}{\alpha}$
(16) $f(x) = \frac{1}{4}(x+5)^2 - \frac{9}{4}$	(17) $(-20, 47)$	(18) $m \geq 3$		

三、計算題

1、(6 分) 100 (80, 150)	2、(3 分, 3 分, 4 分) (1) 當 $x \geq 4 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x - 7$ $2 \leq x < 4 \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x - 3$ $\frac{3}{2} \leq x < 2 \Rightarrow f(x) = -\frac{5}{2}x + 1$ $x < \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = -\frac{13}{2}x + 7$ (2)  (3) $x = 4$, 最小值 = -5
-------------------------------------	--