臺北市立成功高級中學105學年度第一學期 高二 期末考 數學科試題卷

一、多選題(每題5分，錯一個選項得3分，錯兩個選項得1分，錯三個選項以上0分。共2題，共10分)

1. 關於聯立方程式$\begin{cases}2x+(a-1)y=a+4\\(a-1)x+2y=-3\end{cases}$ 之解的情形，請問下列敘述何者正確?

(1)當$a\neq-1$且$a\neq3$時，此聯立方程式恰有一解為$(\frac{5}{a-3},\frac{1}{a-3})$

(2)當$a=2$時，此聯立方程式恰有一解為$(5,-4)$

(3)當$a=-1$時，此聯立方程式有無限多組解

(4)當$a=-1$時，$\begin{cases}x=t\\y=t+\frac{1}{2}\end{cases}$，$t$為實數

(5)當$a=3$時，此聯立方程式無解

2. 下列敘述為關於直線$\mathrm{L}:y=mx+\sqrt{3}$與圓$\mathrm{C}:x^2+y^2=1$的相交情形，請問何者正確?

(1)當$m=2$時，L與圓C交於相異兩點

(2)當$m=1$時，L與圓C沒有交點

(3)當$m=1$時，L與圓C上一點的最短距離為$\frac{\sqrt{3}}{2}$

(4)當$m=\sqrt{2}$時，L與圓C相切

(5)當$m=\sqrt{3}$時，L與圓C交於相異兩點A,B，且$\overline{\mathrm{AB}}=\frac{1}{2}$

二、填充題(每格6分，共90分)

1. 求行列式$\begin{vmatrix}195 & 255\\247 & 323\end{vmatrix}=$__(1)__

2. 已知向量$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=(2,1),\overrightarrow{\mathrm{OB}}=(3,4)$且$\overrightarrow{\mathrm{OC}}\perp\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，且$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$與$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$平行，求$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=$__(2)__

3. 已知兩直線$L_1:4x-2y-1=0,L_2:x-2y+5=0$，則$L_1$與$L_2$交角中的銳角的角平分線方程式為__(3)__

4. 試求通過平面上三點$(3,0),(2,1),(1,-2)$的圓方程式為__(4)__

5. 平面上三點$\mathrm{A}(2,5),\mathrm{B}(-2,1),\mathrm{C}(k,6)$，若$\Delta\mathrm{ABC}$面積為2，則$\mathrm{k}=$__(5)__

6. 設ΔABC的三頂點坐標為A$(-2,0)$,B$(1,6)$,C$(2,-2)$，若H為ΔABC的垂心，則垂心H坐標為__(6)__

7. 求過點P$(-1,9)$且與圓C: $x^2+y^2-6x-2y-6=0$相切的切線方程式為__(7)__

8. 若聯立方程式$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$的解$\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$，試求聯立方程式$\begin{cases} 3b_1x+2c_1=2a_1y \\ 3b_2x+2c_2=2a_2y \end{cases}$的解為__(8)__

9. 設G為ΔABC的重心，且$\left|\overline{\text{GA}}\right|=4,\left|\overline{\text{GB}}\right|=6,\left|\overline{\text{GC}}\right|=8$，試求$\Delta$ABC之面積為__(9)__

10. 已知平面上兩點A$(-1,1)$,B$(2,4)$，則平面上所有滿足$\overline{\text{PA}}=2\overline{\text{PB}}$之動點P所成的軌跡方程式為__(10)__

11. 設$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=1$,且$\vec{a}$與$\vec{b}$之夾角為60°，若$\vec{a}+\vec{b}$與$\vec{a}+2\vec{b}$的夾角為θ，則$\sin\theta=$__(11)__

12. 試求通過圓C: $x^2+y^2-4x-2y+1=0$與直線L: $2x-y-3=0$的交點且也通過點A$(4,3)$的圓方程式為__(12)__

13. 已知A(α,β)為圓C: $x^2+y^2=1$上一動點，則試求$\dfrac{25}{\alpha^2}+\dfrac{4}{\beta^2}$之最小值為__(13)__

14. 設O為坐標平面上的原點，P點坐標$(3,2)$。若A,B分別為x軸及y軸上的點，使得$\overline{\text{PA}}\perp\overline{\text{PB}}$，則$\overline{\text{AB}}$的最小值為__(14)__

15. 今有三向量$\vec{a}=(x,3)$，$\vec{b}=(-7,y)$，$\vec{c}=(-1,2)$，已知$\vec{a}$在$\vec{c}$上的正射影和$\vec{b}$在$\vec{c}$上的正射影相同，則x,y會滿足關係式$mx+ny=2$，求數對$(m,n)=$__(15)__

《試題結束》

臺北市立成功高級中學105學年度第一學期 高二期末考 數學科答案卷

班級：　　座號：　　　姓名：

※ 請將答案填入答案格內

一、多選題(每題5分，錯一個選項得3分，錯兩個選項得1分，錯三個選項以上0分。共2題，共10分)

1.	2.
2, 3, 5	1, 2, 4

二、填充題(每格6分，共90分)

(1)	(2)	(3)
0	$\left(\frac{1}{2}, -1\right)$	$2x-2y+3=0$
(4)	(5)	(6)
$x^2+y^2-3x+y=0$	4 或 2	$(-2, 0)$
(7)	(8)	(9)
$3x+4y-33=0$ 或 $x=-1$	$\begin{cases} x=\frac{2}{3} \\ y=2 \end{cases}$	$9\sqrt{15}$
(10)	(11)	(12)
$x^2+y^2-6x-10y+26=0$	$\frac{\sqrt{7}}{14}$	$x^2+y^2-8x+7=0$
(13)	(14)	(15)
49	$\sqrt{13}$	$(-2, -4)$