成功高中 105 學年度上學期高三數學科期末考 試題卷(自然組)

A. 單選題(每題 5 分，佔 10 分)

1. 設 $\sqrt{a_{n+1}}=\frac{1}{\log_2 3}\sqrt{a_n}$ ，n 為正整數，且知 a_n 皆為正。令 $b_n=\log a_n$ ，則數列 $b_1,b_2,b_3,\cdots$ 為

（1）公比為正的等比數列（2）公比為負的等比數列　（3）公差為正的等差數列

（4）公差為負的等差數列（5）既非等差亦非等比數列

2. 一線性規劃問題的可行解區域為坐標平面上的正八邊形 $ABCDEFGH$ 及其內部，如圖。已知目標函數 $ax+by+3$（其中 a, b 為實數）的最大值只發生在 B 點。請問下列那些目標函數只在點 E 發生最大值？

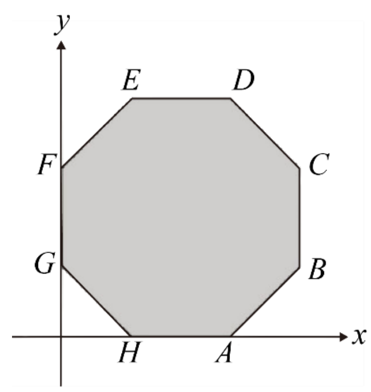
(1) $ax-by+3$

(2) $-ax-by+3$

(3) $bx+ay+3$

(4) $-bx+ay+3$

(5) $|b|\cdot x+|a|\cdot y+3$



B. 多選題(每題 8 分，佔 24 分)

說明：第3題至第5題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的。每題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 5 分；答錯 2 個選項者，得 2 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以零分計算。

3. 設 $a_1=100$ 且 $a_1,a_2,a_3,\ldots$ 為等比實數數列。請選出正確的選項。

(1) 若 $a_{100}>0$ ，則 $a_{999}>0$

(2) 若 $a_{999}>0$ ，則 $a_{100}>0$

(3) 若 $a_{1000}>10$ ，則 $a_{100}>10$

(4) 若 $a_{1000}<10$ ，則 $a_{100}<10$

(5) $a_{1000}\div a_{10}=10(a_{100}\div a_1)$

4. 請選出正確的選項。

(1) $\sum_{k=1}^{n}(n\cdot k)=n^2$　(2) $\sum_{k=1}^{10}(2k-1)+\sum_{k=1}^{10}2k=\sum_{k=1}^{20}k$　(3) $\sum_{k=1}^{10}k=\sum_{k=4}^{13}(k-3)$

(4) $\sum_{k=1}^{n}k(k+1)=\sum_{k=1}^{n}k\times\sum_{k=1}^{n}(k+1)$　(5) $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}=\frac{2}{n(n+1)}$

5. 設實數a,b,c,d滿足$a^2+b^2=1$且$(c-3)^2+(d-4)^2=4$，請選出正確的選項。

(1) $a(c-3)+b(d-4)$的最大值為 2

(2) $ac+bd$的最大值為 8

(3) 行列式$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$的最大值為 7

(4) 僅有一組a,b,c,d使得$a(c-3)+b(d-4)$之值最大

(5) 僅有一組a,b,c,d使得行列式$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$之值最大

C. 填充題(每格 6 分，佔 72 分)

說明：每格完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 在空間坐標系中，若直線L：$\begin{cases} \dfrac{x+a}{2}=\dfrac{z+1}{3} \\ y=3 \end{cases}$落在平面$E$：$bx+y+2z=13$上，則數對$(a\,,b)=$________。

B. 在坐標平面上，以$(0,0),(-2,0),(-2,-2)$及$(0,-2)$等四個點為頂點的正方形，與橢圓$x^2+9y^2+2x+18y+1=0$有_____個交點。

C. 若 $ABCD$ 為長方形，其中$\overline{BC}=4$且$\overline{CD}=6$，M 為線段BC的中點，N 在線段 CD 上且$\overline{DN}=2\overline{CN}$，其中$\angle MAN=\theta$，則$\sin\theta=$ ________。

D. 若圓通過O（0，0），A（5，0），B（0，k）三相異點，且過點O的切線斜率為 2，則$k=$_________。

E. 設集合$A=\{(a,b,c)\,|\,a,b,c$為正整數且$a+b+c=12\}$。在A中每一序對被抽中的機率均等的條件下，從A中隨機抽取一序對，發生$a\le b\le c$的機率為_________。

F. 設實係數多項式$f(x)$滿足$f(1+i)=5$與$f(i)=10$（其中$i=\sqrt{-1}$），且$f(x)$除以$(x^2-2x+2)(x^2+1)$的餘式為$g(x)$。求$g(x)$ =________。(展開且以降冪排列，否則不予計分）

G. 已知方程式$(z-1)^3=-1$，則方程式的三個解分別為________，________，________。（以$a+bi$型式且不得以$\cos\theta$，$\sin\theta$作答，否則不予計分）

H. 若存在最小的正整數n使得$(\sqrt{3}+i)^n=ai$，其中$a<0$；則n之值為__________。

I. 若ω為$x^5=-1$的一複數根且$\omega\neq-1$，則$\omega^4-\omega^3+\omega^2-\omega+3$之值為__________。

J. 請寫出你班上高三現任數學老師的姓名____________。（加分題，姓名全對才給分。）

105 學年度上學期高三數學科期末考答案卷(自然組)

班級：________座號：________姓名：__________

有加分題，但該份試題最高為 100 分。

A. 單選題(每題 5 分，佔 10 分)

1.	2.

B. 多選題(每題 8 分，佔 24 分；答錯 1 個選項，得 5 分；答錯 2 個選項，得 2 分)

3.	4.	5.

C. 填充題(每格 6 分，佔 72 分)

A.	B.	C.
D.	E.	F.（展開並降冪排列）
G. 以 $a+bi$ 型式且不得以 $\cos\theta$ ，$\sin\theta$ 作答.		
G(1).	G(2).	G(3).
H.	I.	J. 加分題

105 學年度上學期高三數學科期末考答案卷(教師版)

班級：________座號：________姓名：___________

有加分題，但該份試題最高為 100 分。

A. 單選題(每題 5 分，佔 10 分)

1. ④	2. ③

B. 多選題(每題 8 分，佔 24 分；答錯 1 個選項，得 5 分；答錯 2 個選項，得 2 分)

1. ①③	2. ②③	3. ①③⑤

C. 填充題(每格 6 分，佔 72 分)

A. $(4, -3)$	B. 6	C. $\frac{1}{\sqrt{5}}$
D. $-\frac{5}{2}$	E. $\frac{12}{55}$	F.（展開並降冪排列）$2x^3-3x^2+2x+7$
G. 以 $a+bi$ 型式且不得以 $\cos\theta$ ，$\sin\theta$ 作答.		
G(1). 0	G(2). $\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$	G(3). $\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$
H. 9	I. 2	J. 加分題