臺北市立成功高級中學＿＿＿年級＿＿＿班 姓名＿＿＿＿＿＿座號＿＿＿ A 卷

111 學年度第 2 學期，一年級 (101~122)，數學科，第 1 次期中考參考答案

題目卷 2 張 2 面 答案卷 1 張 答案卡 0 張

注意 1：答案卷未於規定位置內確實填寫班級、座號、姓名者成績扣 10 分。

注意 2：答案卷除特別規定外、一律使用藍色、黑色筆書寫，否則該項成績以零分計算。

一、多重選擇題：每題 8 分，共 16 分，每題答錯一選項得 5 分，答錯兩選項得 2 分，其餘得 0 分

1.	2.
AE	DE

二、填充題 ※答案請算出數值；否則不予計分（每格 6 分，共 72 分）

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)	(F)
7	25	68	11	20	66
(G)	(H)	(I)	(J)	(K)	(L)
$r_1 = r_3 > r_2$	53	$\frac{152}{9}$	1012	30	18

三、混合題 (共兩題，共 12 分，計算題、證明題請詳細寫出計算過程，否則不予計分)

<table>
<tr><td rowspan="1">1</td><td colspan="3">(可參考互動式講義 P89 範例 10)
(1) $y=\frac{-18}{5}+\frac{6}{5}x$ (2 分)

(略解) 假設最適直線方程式為 $L: y=a+bx$，則
$b=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_x)(y_i-\mu_y)}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu_x)^2}=\frac{6}{5}$，且 L 通過 $(\mu_x,\mu_y)=(8,6)\Rightarrow a=\frac{-18}{5}$

(2) $\frac{66}{5}$ 克重 (2 分)

(略解) $x=14$ 代入 $y=\frac{-18}{5}+\frac{6}{5}x$ 推測砝碼重為 $\frac{66}{5}$ (克重)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>(M)</td><td>(N)</td><td>(O)</td></tr>
<tr><td>$\frac{1}{2}$ (1 分)</td><td>$\frac{3}{10}$ (1 分)</td><td>$a_n=\frac{n}{n+2}a_{n-1}$ (2 分)</td></tr>
</table>

(1)(2) 參考作法

由於 $2S_n=\left(n^2+n\right)a_n$，$2S_{n-1}=\left(\left(n-1\right)^2+\left(n-1\right)\right)a_{n-1}$ ，相減得到

$$2a_n=\left(n^2+n\right)a_n-\left(\left(n-1\right)^2+\left(n-1\right)\right)a_{n-1}\Rightarrow a_n=\frac{\left(n-1\right)^2+\left(n-1\right)}{\left(n^2+n\right)-2}a_{n-1}=\frac{n}{n+2}a_{n-1}，n\ge 2$$

故 $a_2=\frac{2}{4}a_1=\frac{1}{2}$，$a_3=\frac{3}{5}a_2=\frac{3}{10}$

(3) **(可依情況斟酌給分，共 4 分)**

由 $a_1=1=\frac{6}{3\times 2},a_2=\frac{1}{2}=\frac{6}{4\times 3},a_3=\frac{3}{10}=\frac{6}{5\times 4}$ 猜測 $a_n=\frac{6}{\left(n+2\right)\left(n+1\right)}$. 參考證明：

(法 I) 數學歸納法(利用(2)的遞迴式)

① $n=1$ 時 $a_1=\frac{6}{3\times 2}=1$ ；

② 設 $a_k=\frac{6}{\left(k+2\right)\left(k+1\right)}$ ，則 $a_{k+1}=\frac{k+1}{k+3}a_k=\frac{k+1}{k+3}\times\frac{6}{\left(k+2\right)\left(k+1\right)}=\frac{6}{\left(k+3\right)\left(k+2\right)}$,

由數學歸納法得證原命題

(參考) 強數學歸納法

① $n=1$ 時 $a_1=\frac{6}{3\times 2}=1$ ；

② 設 $n=1,2,\cdots,k$ 命題均成立，當 $n=k+1$ 時，由

$2\times\left(a_1+a_2+\cdots+a_k+a_{k+1}\right)=\left(\left(k+1\right)^2+\left(k+1\right)\right)\times a_{k+1}$ 推得

$$a_{k+1}=\frac{2\left(a_1+a_2+\cdots+a_k\right)}{\left(k+1\right)^2+\left(k+1\right)-2}=\frac{2\times 6\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{k+2}\right)}{k^2+3k}=\frac{6}{\left(k+3\right)\left(k+2\right)}$$

由數學歸納法得證原命題

(法 II) 累乘法(利用(2)的遞迴式)

$$a_n=\frac{n}{n+2}a_{n-1}=\frac{n}{n+2}\times\frac{n-1}{n+1}\times\frac{n-2}{n}\times\cdots\times\frac{2}{4}\times a_1=\frac{3\times 2}{\left(n+2\right)\left(n+1\right)}\times a_1=\frac{6}{\left(n+2\right)\left(n+1\right)}$$

(此作法可不須猜測 a_n)